

**RODRIGO SOARES**

**REGRESSÃO WEIBULL E TESTES ACELERADOS: UMA  
APLICAÇÃO NO MERCADO FINANCEIRO**

Trabalho de Formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do Diploma  
de Engenheiro de Produção.

**São Paulo  
2003**

**RODRIGO SOARES**

**REGRESSÃO WEIBULL E TESTES ACELERADOS: UMA  
APLICAÇÃO NO MERCADO FINANCEIRO**

Trabalho de Formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do Diploma  
de Engenheiro de Produção.

Orientadora:  
Linda Lee Ho

**São Paulo**  
**2003**

A todos que me ajudaram, de uma forma ou de outra.

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer, antes de mais ninguém, a minha orientadora, que com muita paciência soube explicar diversas vezes os mesmos conceitos, que eu teimava em não aprender, e lidar com minha falta de tempo.

Agradeço a meus pais, que me colocaram onde estou hoje, através de muito trabalho e dedicação.

Agradeço também aos meus amigos que tornaram esta difícil tarefa um pouco mais fácil, seja através de conversas, risadas ou simplesmente explicações sobre o fantástico mundo do *Microsoft Word*.

Finalmente, gostaria de agradecer aos meus chefes, por compreenderem as diversas horas que, ao invés de trabalhar, dediquei a este trabalho, e também pela constante disponibilidade para me ajudar.

## **RESUMO**

O objetivo deste trabalho é empregar ferramentas utilizadas no ramo da confiabilidade para o mercado financeiro. As ferramentas em questão, ensaios acelerados e Regressão Weibull, são utilizadas para submeter artigos industriais a condições estressantes para depois se estimar como funcionarão sob condições normais de uso. Estes conceitos foram empregados para se determinar o comportamento de uma variável do mercado financeiro, a cotação do real, em função de uma variável estressante, o Risco Brasil, para depois disso poder estimar um cenário de estresse para esta variável, ou seja, saber qual o comportamento esperado dela analisando mudanças da variável de estresse.

## **ABSTRACT**

The purpose of this paper is to employ a set of tools from the reliability analysis to the financial market. The tools aforementioned, such as accelerated tests and Weibull regression are usually used to determine the reliability of manufactured items. To speed up the experiments, quite often the items are submitted to stress conditions with the purpose of estimating how the life data of those items will behave. These concepts were employed to determine the behavior of a financial market variable, the price of the Brazilian monetary unit (real) against the American dollar, as a function of a stress variable, the Brazilian Sovereign Risk, to later estimate a stress scenario for this variable, in other words, to know her expected behavior due to changes in the stress variable.



## SUMÁRIO

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE TABELAS

### LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>2</b>
<b>1.1.</b>	<b>Definição do problema .....</b>	<b>7</b>
<b>1.2.</b>	<b>Escolha de uma variável .....</b>	<b>9</b>
<b>2.</b>	<b>DESCRIÇÃO DA EMPRESA .....</b>	<b>13</b>
<b>3.</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>16</b>
<b>3.1.</b>	<b>Introdução .....</b>	<b>16</b>
<b>3.2.</b>	<b>A distribuição Weibull .....</b>	<b>17</b>
<b>3.3.</b>	<b>O método da máxima verossimilhança .....</b>	<b>25</b>
<b>3.4.</b>	<b>Ensaios acelerados.....</b>	<b>29</b>
<b>3.5.</b>	<b>Régressão Weibull.....</b>	<b>34</b>
<b>3.6.</b>	<b>Falha .....</b>	<b>36</b>
<b>3.7.</b>	<b>Censura de dados .....</b>	<b>37</b>
<b>3.8.</b>	<b>O teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov .....</b>	<b>40</b>
<b>4.</b>	<b>APLICAÇÃO DO MODELO.....</b>	<b>44</b>
<b>4.1.</b>	<b>Escolha do período de tempo abrangido .....</b>	<b>44</b>
<b>4.2.</b>	<b>Estimação dos parâmetros da distribuição Weibull.....</b>	<b>48</b>
<b>4.3.</b>	<b>Escolha do intervalo de entrada .....</b>	<b>51</b>

4.4.	<b>Escolha dos níveis de estresse .....</b>	<b>56</b>
5.	<b>CRIAÇÃO DE CENÁRIO DE ESTRESSE .....</b>	<b>63</b>
6.	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>69</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>73</b>
	<b>ANEXOS.....</b>	<b>76</b>

## **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1: Tipos de risco, adaptado de Jorion (1998).....	2
Figura 2: Função densidade de probabilidade Weibull, elaborada pelo autor .....	19
Figura 3: Função distribuição de probabilidade Weibull – caudas pesadas, elaborada pelo autor .....	20
Figura 4: Função acumulada da Weibull, elaborada pelo autor .....	21
Figura 5: Função confiabilidade Weibull, elaborada pelo autor .....	22
Figura 6: Gráfico taxa de falha da Weibull, elaborada pelo autor.....	24
Figura 7: Formas de aplicação de estresse, adaptado de Freitas;Colosimo (1997) ...	33
Figura 8: Tipos de censura, adaptado de Freitas; Colosimo (1997) .....	39
Figura 9: Teste de Kolmogorov – Sminorv, elaborada pelo autor .....	41
Figura 10: Histograma das cotações do real entre 04/07/94 e 22/05/03, elaborada pelo autor.....	45
Figura 11: Histograma das cotações do real entre 13/01/99 e 22/05/03, elaborado pelo autor .....	47
Figura 12: Cotação do real entre 13/01/99 e 22/05/03, elaborada pelo autor .....	52

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1: Variáveis de estresse e medidas de desempenho, adaptado de Freitas; Colosimo (1997) .....	31
Tabela 2: Transformação matemática aplicada aos dados entre 20/07/01 e 17/08/03, elaborada pelo autor .....	50
Tabela 3: Estimação dos parâmetros $\alpha$ e $\delta$ , elaborada pelo autor .....	53
Tabela 4: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, elaborada pelo autor .....	54
Tabela 5: Níveis de Risco Brasil .....	56
Tabela 6: Experimentos para definição de a e de b, elaborada pelo autor .....	58
Tabela 7: Resultado da regressão Weibull, 95% de confiança.....	59
Tabela 8: Resultado do teste.....	60
Tabela 9: Determinação do valor do real com percentil dado, elaborada pelo autor	65
Tabela 10: Determinação do percentil com valor do real dado, para Risco Brasil valendo 1500 pontos, elaborada pelo autor .....	66
Tabela 11: Determinação do percentil com valor do real dado, para Risco Brasil valendo 3000 pontos, elaborada pelo autor .....	67

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

VaR – Value at Risk

EMBI+ - Emerging market Bond Index

PIB – Produto Interno Bruto

# *Introdução*

## 1. INTRODUÇÃO

São diversos os casos de instituições financeiras que tiveram grandes perdas ou mesmo foram à falência devido a operações realizadas nos mercados financeiros. Em alguns destes casos, o que levou às perdas foram operações fraudulentas, mas em outras o que gerou foi o desconhecimento dos riscos incorridos ao se participar daquelas operações.

Existem diversos tipos de riscos aos quais uma instituição pode se submeter quando começa a operar. Na figura 1 estão representados os diferentes tipos de risco de acordo com a classificação dada por Jorion (1998).

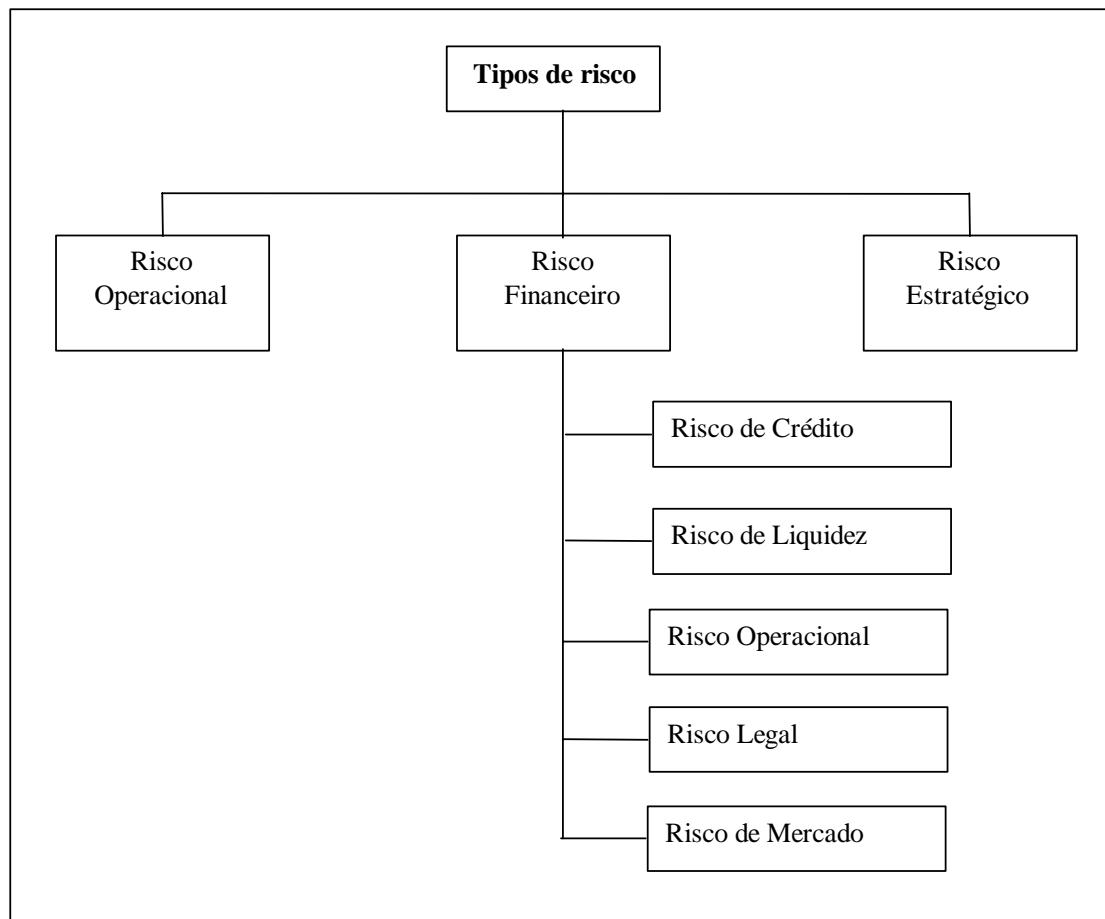


Figura 1: Tipos de risco, adaptado de Jorion (1998)

Os riscos operacionais são aqueles intrínsecos ao ramo de atividade no qual a empresa atua. De maneira geral, são os riscos que são incorridos para se conseguir vantagem competitiva frente aos concorrentes. Inserem-se nesta classe de risco as inovações tecnológicas, lançamentos de novos produtos e campanhas de marketing, entre outros.

O risco estratégico, como o próprio nome diz, se relaciona com a estratégia adotada pela empresa, e está intimamente relacionado com mudanças econômicas e políticas. Para compreendê-lo melhor, a seguir tem-se um exemplo sobre a indústria automobilística. Desde o início da década de 90, diversas empresas deste setor fizeram vultosos investimentos em território nacional, na espera de grandes taxas de crescimento. Elas estavam incorrendo no risco de terem assumido uma estratégia equivocada, o que de fato se confirmou. Como o crescimento esperado não ocorreu, restou a elas decidir o que fazer com o prejuízo: algumas fecharam, outras venderam parte de sua capacidade e outras ainda esperam que a situação mude um dia.

O terceiro tipo de risco identificado por Jorion (1998) é o risco financeiro, que é o mais pertinente a este trabalho. Entende-se por risco financeiro aquele risco que advém de mudanças no mercado financeiro, como variações nas bolsas de valores e no câmbio. Este tipo de risco está subdividido em cinco categorias: o risco de crédito, o risco de liquidez, o risco operacional, o risco legal e o risco de mercado.

O risco de crédito existe quando há a possibilidade de uma das partes de uma operação não honrar seu papel. Como exemplo, pode-se imaginar um cliente que não paga o empréstimo ao banco ou então quando o governo de um país declara moratória de sua dívida.

O risco de liquidez pode ser entendido de duas maneiras distintas. A primeira delas diz respeito à liquidez do mercado, ou seja, quando o volume de negociações do mercado não é suficiente para a realização de negócios. Quando isto acontece, a instituição não consegue se desfazer dos ativos que possui, pois ninguém quer comprá-los. A segunda definição de risco de liquidez diz respeito à liquidez da empresa. Isso acontece quando há um descompasso entre passivos (obrigações a serem pagas) e ativos (dívidas a receber).

O risco operacional, que é uma das categorias do risco financeiro, está relacionado a falhas humanas. Ele surge em função de uma má administração, de problemas tecnológicos, de fraudes etc. Como exemplo, pode-se considerar um incêndio em uma instalação fabril.

O risco legal é o que se incorre ao se desobedecer as regulamentações e legislações vigentes. Ele pode acontecer quando, por exemplo, contrata-se um serviço terceirizado que tem informações privilegiadas ou quando uma empresa vende um produto que não segue as especificações dos órgãos reguladores.

O último tipo de risco analisado é o risco de mercado, cujo controle, em última instância, é o foco deste trabalho. Ele pode ser entendido como o risco associado a mudanças nos preços ou nas volatilidades de ativos e passivos financeiros.

No início da década de 90, houve diversos casos de enormes perdas devido ao desconhecimento por parte das instituições financeiras dos riscos de mercado incorridos ao realizar certas operações.

Como exemplo, pode-se citar o banco japonês Daiwa, que durante 11 anos acumulou perdas de US\$ 1,1 bilhão de dólares em operações feitas em sua agência de Nova Iorque. O processo começou no ano de 1984, e conforme as perdas iam aumentando, os operadores excediam seus limites para tentar se recuperar. Como não havia controle de riscos eficiente, nenhum dos envolvidos conseguia dimensionar o real volume de dinheiro que poderia ser perdido. Até que, em 26 de setembro de 1995, o banco veio a público para informar que um sétimo de seu capital havia sido perdido devido a operações mal sucedidas.

O caso mais famoso de prejuízo devido à falta de controle de riscos é sem dúvida o do banco inglês *Barings PLC*. Em um período de poucos meses um único operador causou ao banco um prejuízo de U\$ 1,3 bilhão de dólares, que culminou com a falência de uma respeitosa instituição financeira de 233 anos de idade. O preço das ações do banco caiu a zero, fazendo desaparecer cerca de US\$ 1 bilhão em ativos financeiros. Os detentores dos títulos do mesmo receberam cinco centavos por dólar investido. Perdas adicionais foram ainda arcadas pelo grupo de serviços financeiros

holandês *Internationale Nederlanden Group* (ING), que comprou o banco falido pelo valor simbólico de uma libra esterlina.

Claro que estes dois casos contaram também com ações fraudulentas dos envolvidos no processo, mas eles serviram de alerta para as instituições financeiras do mundo. Os desastres revelaram uma incrível falta de controle das instituições sobre as operações realizadas.

Tendo em vista esta situação, foi necessária a criação de ferramentas para o controle do risco de mercado. A mais difundida delas é o VaR (da sigla em inglês *Value at Risk*), também conhecido como Valor em Risco. Segundo a definição de Jorion (1998), “VaR é um método de mensuração de risco que utiliza técnicas estatísticas padrões, comumente usadas em outras áreas técnicas. Em linguagem formal, VaR mede a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança”.

Para facilitar o entendimento, considere o seguinte estudo de caso. Tome-se uma carteira de R\$ 10.000.000,00, cujo VaR para o dia seguinte, a 95% de confiança seja de R\$ 150.000,00. Isso quer dizer que, com 95% de certeza, esta carteira perderá no máximo R\$ 150.000,00 de seu valor durante o próximo dia. Ela pode perder mais de R\$ 150.000,00 de seu valor, mas esta possibilidade está contemplada nos 5% restantes do intervalo de confiança.

Pode-se observar, na definição de Jorion (1998), que ele cita “condições normais de mercado”. Definir este conceito é algo complexo e polêmico. O que para um analista pode ser fora do normal, para outro pode ser uma situação comum. Basta analisar o valor dos juros no Brasil, que durante muitos meses no ano de 2003 era de 26% ao ano. Enquanto um analista estrangeiro considera isto um absurdo, dado que ele está acostumado com taxas ao redor de 2% ao ano, um analista brasileiro acha isto perfeitamente cabível. Entretanto, há determinados pontos em que há consenso entre todos: por exemplo, uma guerra no Oriente Médio é vista por qualquer um como uma situação extraordinária. Outro exemplo disso foi a crise iniciada em 1997 nos países asiáticos, que teve como estopim uma crise no mercado imobiliário japonês. Os valores dos imóveis no Japão estavam artificialmente altos, e quando

eles começaram a diminuir, diversos empréstimos que tinham como garantias estes mesmos imóveis passaram a ser considerados insolventes. O valor de todos os empréstimos que foram perdidos foi estimado em U\$ 500 bilhões, e este evento trouxe um período de instabilidade para todo o mundo, além de uma recessão que persiste até hoje no Japão.

Essas situações também são geradoras de risco de mercado e devem ser consideradas pelas instituições financeiras. O mercado convencionou nomear acontecimentos muito fora do esperado, como uma guerra ou um desastre natural, de situações de estresse. Nestes momentos, um outro tratamento matemático se faz necessário para mensurar o risco incorrido pela instituição. E esse é justamente o foco deste trabalho: analisar o comportamento de ativos financeiros em situações de estresse.

Para entender melhor a importância de se ter um controle destas situações, a seguir está um exemplo. Toma-se um banco no Brasil, que tenha uma dívida de U\$ 1.000.000,00 com vencimento dentro de 30 dias a partir de hoje. Também será assumido que hoje a cotação da moeda brasileira está em R\$ 2,90 por dólar. Desta forma, o banco em questão tem uma dívida de R\$ 2.900.000,00. Segundo uma análise de estresse, o banco determina que daqui a 30 dias a cotação do dólar pode chegar a R\$ 4,00, ou seja, a dívida do banco pode passar a valer R\$ 4.000.000,00, o que significa um desembolso adicional de R\$ 1.100.000,00. Tendo esta informação, o banco pode decidir comprar moeda estrangeira imediatamente como uma forma de se proteger desta oscilação.

Continuando o estudo deste problema, vai-se agora fazer uma suposição diferente. Vai-se assumir que a análise de estresse prevê que a cotação da moeda seja de R\$ 2,00 por dólar, no final do período de 30 dias. Nesta situação, a dívida do banco passaria a ser de R\$ 2.000.000,00, ou seja, a instituição teria um lucro de R\$ 900.000,00 nesta operação. Neste caso, se o banco já tivesse feito uma reserva em moeda estrangeira para saldar este débito, poderia optar por se desfazer da mesma para incorporar este lucro.

Como se pode observar, ter estimativas de situações de estresse pode gerar lucros e evitar prejuízos para instituições financeiras. E é este exatamente o objetivo

deste trabalho, desenvolver um modelo que ajude a fazer previsões para o futuro em um contexto de estresse. O foco não será tentar prever quais serão os eventos que gerarão as situações estressadas, mas sim, a partir de um período de estresse encontrado no passado, modelar o comportamento de uma variável para ajudar a fazer previsões para o futuro.

### **1.1. Definição do problema**

Atualmente a instituição financeira na qual o autor deste trabalho realiza seu estágio está procurando novos métodos para estimar cenários de estresse. Como já foi explicado anteriormente, esta estimativa é muito relevante para a tomada de decisões do banco, e se elas estiverem erradas o prejuízo gerado pode ser muito grande. Identificou-se então um problema a ser resolvido: como gerar cenários de estresse de uma maneira confiável.

Analizando-se a literatura existente sobre o assunto de estresse, identificou-se no ramo da confiabilidade alguns métodos que poderiam ser apropriados para esta tarefa.

As empresas, sempre que têm um produto novo ou mesmo para os produtos já existentes que passaram por modificações, devem estimar determinadas características deles, como o tempo de vida, temperaturas máxima e mínima de operação e outras mais. Tome-se o exemplo de um produto alimentício, do qual se quer avaliar por quanto tempo ele estará apto para o consumo humano após sua fabricação. A primeira idéia que as pessoas têm é selecionar uma amostra destes produtos e observá-los até que se tornem impróprios para o consumo. Ainda que isto funcione para coletar dados e para se fazer tratamento estatístico, este processo pode ser muito demorado e caro. Uma das saídas que foi encontrada para este problema foi a realização de testes acelerados.

Testes acelerados nada mais são do que submeter determinados produtos à ação de algumas variáveis em nível maior do que se espera que aconteça na vida rotineira deles, de modo a acelerar sua decomposição ou sua quebra. Para o exemplo acima, do produto alimentício, um possível teste acelerado seria o seguinte: expor uma amostra deste produto a uma temperatura muito mais alta do que se espera que

ele seja submetido na realidade. Desta forma, ele estragaria mais rapidamente do que o esperado. Para se realizar um teste acelerado outro ponto que deve ser relevado é a escolha das variáveis que serão estressadas, ou seja, que serão colocadas em um nível mais alto. Elas devem ser escolhidas de acordo com a sua influência sobre o comportamento do produto. Para se realizar o teste acelerado em alimentos não se vai escolher como variável estressante a vibração à que este produto possa ser submetido, mas sim fatores que possam influenciar sua decomposição, tais como temperatura e umidade.

Uma vez que estes experimentos tenham sido realizados deve-se analisá-los sob a ótica de modelos estatísticos específicos para compreender dados provenientes de testes acelerados, para que se possa descobrir qual o comportamento dos produtos em situações normais. E são estes modelos de confiabilidade que serão utilizados neste trabalho para se definir cenários de estresse para a instituição financeira na qual o autor trabalha.

Estes modelos, assim como o teste acelerado propriamente dito, deverão sofrer modificações para que possam ser utilizados para se avaliar o comportamento de ativos financeiros. A maior modificação será feita na parte de planejamento e realização do experimento acelerado. Neste trabalho, diferentemente do que acontece em uma indústria, não será possível selecionar uma amostra de produtos que se quer avaliar e deixá-la sob a ação de uma variável estressante.

Como será explicado mais adiante, será assumido que as distribuições de valores de um ativo financeiro seguem uma determinada distribuição estatística. Será encontrada uma forma de relacionar a geração desta distribuição com uma variável de estresse. Após isto será gerada uma distribuição aleatória de valores para os níveis de estresse que forem necessários. Ou seja, o experimento acelerado será na realidade uma geração de valores aleatória para o ativo financeiro com o qual se irá trabalhar.

Uma vez que estes valores tenham sido gerados, será utilizado um método de regressão para se determinar quais os parâmetros que definem a distribuição estatística que caracteriza o comportamento daquele determinado ativo financeiro. Com esta distribuição bem definida, será possível encontrar a resposta do problema

proposto, ou seja, será possível definir diversos cenários de estresse para o ativo com o qual se está trabalhando, em função da variável de estresse que foi escolhida previamente.

Outras informações que também poderão ser definidas a partir deste experimento, e que também serão úteis para a definição dos cenários de estresse, são os níveis de confiança dos cenários.

Uma vez que se tem definido qual o problema que deve ser resolvido, que é a criação de um cenário de estresse para uma variável do mercado financeiro, deve-se definir então qual será esta variável, o que será feito na próxima seção.

Deve-se ressaltar, ainda, que apesar de o trabalho lidar com conceitos de mercado financeiro, área aparentemente distante da Engenharia de Produção, o foco principal dele é o desenvolvimento e adaptação de uma ferramenta que é intrínseca a um dos ramos da Engenharia de Produção, que é a Confiabilidade.

## **1.2. Escolha de uma variável**

A variável que será usada neste trabalho é a cotação da moeda brasileira em relação ao dólar. Neste item será justificada a escolha desta variável e também será feita uma breve explicação do funcionamento do mercado de câmbio brasileiro.

O primeiro motivo que levou à escolha desta variável foi a grande importância que ela tem na economia do país. As variáveis macroeconômicas, tais como crescimento da economia, taxa de inflação, desemprego, renda etc estão todas ligadas entre si, e são grandemente influenciadas pela cotação do dólar. Analise-se o seguinte exemplo: o valor da cotação do real influencia diretamente os índices de inflação do país, já que uma parte relevante dos bens consumidos é importada, notadamente petróleo e itens tecnológicos. A inflação, por sua vez, influencia as taxas de juros que acabam por afetar a taxa de crescimento, que em última instância é quem define as taxas de emprego e renda dos cidadãos.

Este exemplo mostra ainda mais uma particularidade da cotação do dólar em relação ao real: ela é o primeiro elemento desta seqüência. E isto acontece quase

sempre que se tenta relacionar as variáveis macroeconômicas. Por isto a importância destacada deste índice, uma vez que diversas previsões são feitas a partir dele.

Além disso, o mercado de câmbio é um dos mais líquidos do Brasil, com movimentações da ordem de R\$ 800 milhões por dia. Devido à alta liquidez deste ativo, nenhuma instituição tem o poder, pelo menos independentemente, de interferir neste mercado controlando os preços a seu favor. Desta maneira, tem-se uma distribuição de valores que é o mais próximo possível de ser independente e aleatória, qualificando assim este conjunto de dados para tratamento estatístico.

Existe uma ressalva em relação ao argumento que acabou de ser exposto, mas ela não inviabiliza o trabalho. O governo do país, dado o volume de operações que é capaz de realizar, tem poder suficiente para modificar as forças de mercado, mas isso não é mais feito, pelo menos não rotineiramente, desde que houve uma mudança no regime cambial em janeiro de 1999. Este fato também ajuda a transformar a amostra em um conjunto de dados mais adequado para a análise estatística.

Como já foi explicado anteriormente, o objetivo deste trabalho será prever o comportamento de uma variável financeira em uma situação de estresse. A variável que será modelada já foi definida, a cotação do dólar, resta então definir qual será a variável estressada.

A variável escolhida para ser a variável de estresse foi o Risco Brasil. O Risco Brasil, também conhecido como EMBI+, é um índice calculado pelo banco norte-americano *JPMorgan Chase* que tem como base os títulos de dívida emitidos pelo governo brasileiro. Este índice é calculado da seguinte maneira: selecionam-se diversos títulos da dívida pública brasileira e afere-se, para cada um deles, quanto estes títulos estão pagando a mais de juros em relação aos títulos do governo norte-americano, que são considerados livres de risco. Depois, calcula-se a média ponderada de todos estes juros, levando-se em consideração a duração e o montante de cada um deles. Este valor é o Risco Brasil. Quando for veiculado na imprensa que o Risco Brasil está em 700 pontos, isto quer dizer, na realidade, que os títulos brasileiros estão pagando, em média, 7% de juros a mais que os títulos norte-americanos.

A escolha do EMBI+ para ser a variável de estresse não foi feita por acaso. Ao analisar os diversos ativos que poderiam ser utilizados nesta função, buscou-se, inicialmente, ativos que tivessem forte relação com a cotação do dólar. Isto é necessário para garantir que a modelagem feita fosse confiável. Também foi levado em consideração o fato de ter uma variável de estresse que fosse independente, ou seja, que assim como o dólar não houvesse uma instituição que sozinha fosse capaz de alterar as forças de mercado, o que diminuiria a confiabilidade do modelo. Buscou-se ainda uma variável que fosse capaz de absorver e refletir bem os eventos que influenciam o mercado financeiro. Ao se levar em consideração estes três aspectos chegou-se à conclusão de que o Risco Brasil era o que melhor cumpriria a função de variável de estresse.

A possibilidade da utilização de outras variáveis de estresse também foi avaliada. Inicialmente pensou-se em utilizar os juros do país, mas esta idéia foi rapidamente abandonada pois os juros demoram para ser alterados, pois dependem de uma ação do Governo. Logo, esta variável não seria capaz de representar o dinamismo do mercado financeiro.

Outra variável que se cogitou utilizar foi algum índice de inflação, pois a cotação do real está bastante atrelada a estes índices. Mas esta idéia também foi abandonada. Isto porque geralmente o valor da cotação do real é o responsável pelos índices de inflação, e não o inverso.

Após a avaliação destas e de outras variáveis, como o desempenho da Bovespa, a bolsa de valores de São Paulo, chegou-se à conclusão que o índice que melhor desempenharia a função de variável de estresse era sem dúvida o Risco Brasil.

## *Descrição da empresa*

## 2. DESCRIÇÃO DA EMPRESA

A empresa na qual o trabalho foi desenvolvido é um dos maiores conglomerados financeiros do Brasil.

Ela está presente em todos os segmentos do mercado financeiro, tendo atuação destacada como banco de varejo, possuindo uma das maiores redes de agências do país, e também como banco de atacado. Atua ainda fortemente na área de crédito e de investimentos, possuindo um dos mais diversificados conjuntos de investimento encontrado no mercado nacional.

O presente trabalho foi desenvolvido durante o estágio do autor na área de Controle de Risco de Mercado desta instituição, que tem como principais funções a prestação dos seguintes serviços:

- Acompanhar e controlar diariamente o risco de mercado ao qual o banco está exposto, permitindo desta maneira que a tesouraria da instituição possa trabalhar adequadamente. Os principais fatores de risco que influenciam seu resultado são a taxa de juros, tanto interna como externa, e o risco de exposição cambial, que está intrinsecamente ligado ao valor da cotação do real;
- Para cada produto novo negociado pelo banco, definir os modelos matemáticos e estatísticos que serão utilizados para controlar seus riscos de mercado. Também é necessário fazer acompanhamento constante dos produtos já existentes, objetivando-se tornar o controle mais eficiente e confiável;
- Definir cenários de estresse para que o banco possa tomar decisões estratégicas relativas às alocações futuras do dinheiro da instituição;
- A partir dos cenários de estresse definidos, realizar testes de estresse para determinar como estes cenários influenciarão o resultado do banco e de cada uma de suas aplicações.

O presente trabalho objetiva desenvolver uma ferramenta que possa ser utilizada para auxiliar a terceira função descrita, isto é, uma ferramenta que auxilie a criação de cenários de estresse.

## *Revisão bibliográfica*

### 3. REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo será feita uma revisão bibliográfica dos principais pontos teóricos necessários para a compreensão deste trabalho, e, quando for pertinente, já será explicado como estes conceitos serão utilizados. A estrutura do capítulo está mostrada a seguir:

- Introdução
- Distribuição Weibull
- O método da máxima verossimilhança;
- Ensaios acelerados;
- Regressão Weibull;
- Falha;
- Censura de dados;
- O teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov.

#### 3.1. Introdução

O mercado financeiro admite que os ativos apresentam o que se convencionou chamar na Física de movimento browniano. Quando uma partícula tem este tipo de movimento na realidade ela tem a mesma probabilidade de se movimentar em qualquer direção e, uma vez tendo efetuado um movimento, o próximo será independente do anterior.

Quando este comportamento é analisado, pode-se observar que ele segue uma distribuição normal. Desta forma, se considerar que os ativos financeiros têm o mesmo comportamento, eles também deveriam ter uma distribuição normal de valores. E esta premissa funciona muito bem na maioria dos casos.

Por exemplo, quando se quer calcular o VaR de um certo produto, que como já foi explicado anteriormente nada mais é do que determinar para um certo nível de confiança o valor máximo de uma carteira que pode ser perdido dentro de um

período de tempo, esta assunção que o comportamento de um ativo financeiro segue uma distribuição normal é bastante eficiente.

No entanto, sempre que o cenário econômico mundial se encontra em um período de incerteza muito grande, o que pode ser causado por situações de estresse, os valores dos ativos começam a variar muito rapidamente e a atingir valores muito distantes da média. Para estes valores extremos, a utilização da distribuição normal deixa de ser satisfatória.

A distribuição normal tem uma densidade muito pequena em seus valores extremos e admite que estes acontecem muito raramente. No mercado financeiro, entretanto, situações de estresse são comuns e geram o fenômeno que se chama de caudas pesadas, ou seja, para valores extremos a densidade nas caudas é maior do que pode ser representada pela distribuição normal. Ainda que a distribuição normal possa caracterizar a maior parte dos dados, as extremidades apresentam densidades maiores que esta distribuição e precisam ser modeladas de acordo.

Além do mais, a distribuição normal apresenta um outro problema. Ela é simétrica, e este não é o comportamento observado no mercado financeiro. Os ativos financeiros apresentam tendência de alta, logo, a distribuição de valores extremos pode ser assimétrica. Quando se está trabalhando com os valores médios de um ativo, a distribuição normal pode ser perfeitamente utilizada, mas quando se precisa trabalhar com os valores extremos, o que é necessário em situações de estresse, a distribuição normal perde grande parte sua utilidade, pois deixa de representar exatamente o comportamento que se quer analisar.

Faz-se necessário então utilizar outra distribuição de probabilidade que incorpore estas particularidades dos ativos financeiros em situações de estresse: apresentar densidades maiores nos valores extremos e modelar suas assimetrias.

### **3.2. A distribuição Weibull**

Uma das possíveis distribuições que admitem o tipo de comportamento citado no item anterior, ou seja, que admite densidades maiores nas extremidades e caudas assimétricas, é a distribuição Weibull. Ela foi descoberta por Waloddi

Weibull e foi publicada pela primeira vez em 1939. O seu objetivo inicial era servir como ferramenta para o estudo de resistência dos materiais.

Atualmente, diversos métodos de confiabilidade que utilizam a distribuição Weibull são amplamente utilizados na indústria como ferramentas para analisar o tempo de vida dos mais diversos produtos, desde o tempo de falha de um motor até a vida de prateleira de um produto alimentício. O que se fará neste trabalho será adaptar alguns destes métodos para que sejam utilizados para analisar o comportamento de ativos financeiros.

A distribuição Weibull é definida a partir de dois parâmetros,  $\delta$  e  $\alpha$ . O parâmetro  $\delta$  é chamado parâmetro de forma e tem este nome porque ao assumir diferentes valores, a distribuição Weibull também assume diferentes formas. Ela pode ter desde o comportamento uma distribuição exponencial, quando  $\delta$  é igual a 1, até comportamentos bem semelhantes a uma normal quando  $\delta$  assume valores próximos de 3. É este parâmetro que permite que esta distribuição seja tão versátil, pois pela sua variação pode-se obter maior ou menor densidade nas caudas, assim como assimetria entre elas.

Já o parâmetro  $\alpha$  é o parâmetro de escala e, como o próprio nome diz, diferentes valores de  $\alpha$  implicam em mudanças na escala no eixo horizontal. A figura 2 mostra alguns gráficos da função densidade de probabilidade da distribuição Weibull para diversos valores de  $\delta$ , mantendo-se  $\alpha$  constante e igual a 1.

A função densidade de probabilidade da Weibull é mostrada a seguir:

$$f(t; \alpha, \delta) = \frac{\delta}{\alpha} \left( \frac{t}{\alpha} \right)^{\delta-1} \exp \left[ -\left( \frac{t}{\alpha} \right)^\delta \right] \quad t \geq 0 \quad (1)$$

Comumente, entretanto, é mais vantajoso trabalhar com a distribuição equivalente de valores extremos, cuja função densidade de probabilidade está dada por (2).

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[ \frac{x-\mu}{\sigma} - \exp \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right] \quad (2)$$

Se  $t$  tiver uma distribuição densidade de probabilidade como em (1), então, para se fazer a transformação da função Weibull para a de valores extremos basta fazer  $x = \log(t)$ ,  $\mu = \log(\alpha)$  e  $\sigma = \delta^{-1}$ . É equivalente trabalhar com qualquer uma das duas funções, uma vez que os resultados achados para uma são facilmente transformados para a outra.

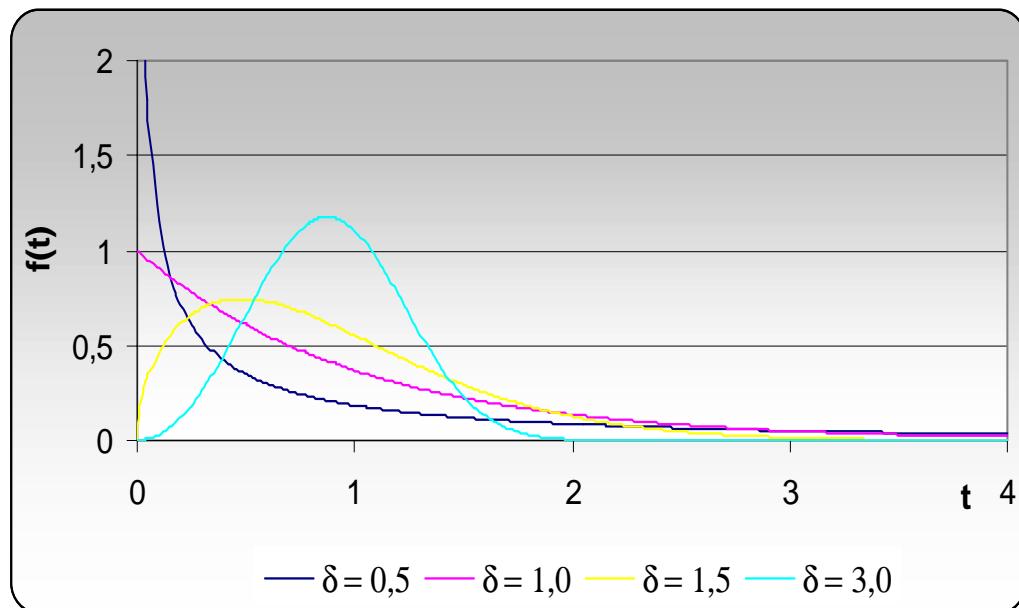


Figura 2: Função densidade de probabilidade Weibull, elaborada pelo autor

A partir da figura 2 e das equações (1) e (2) pode-se chegar a algumas conclusões a respeito da influência do coeficiente de forma  $\delta$ . Quando  $0 < \delta < 1$ , conforme  $t \rightarrow 0$ ,  $f(t) \rightarrow \infty$ , e o inverso também acontece, ou seja, conforme  $t \rightarrow \infty$ ,  $f(t) \rightarrow 0$ . Também é fácil observar pela equação (1) que quando  $\delta = 1$  a distribuição Weibull se transforma na distribuição exponencial.

Já quando  $\delta > 1$  têm-se dois pontos relevantes. O primeiro é que quando  $t=0$  tem-se  $f(t)=0$ . O segundo é que, quando  $\delta = 3$  a função tem um comportamento que se assemelha a uma normal (conforme a figura 2). Quando se analisa o comportamento da Weibull mais cuidadosamente descobre-se que esta distribuição possui caudas pesadas e assimétricas. Quando  $\delta < 2,6$  a função densidade de probabilidade da Weibull é positivamente assimétrica, ou seja, tem mais valores extremos à direita. Já quando  $\delta > 3,7$  ela é negativamente assimétrica, o que significa que tem mais valores extremos à esquerda. No intervalo entre estes dois valores, ou seja, quando  $2,6 < \delta < 3,7$  o coeficiente de assimetria se aproxima de zero, o que quer dizer que ela não possui caudas, tendo dessa forma um comportamento que se aproxima de uma normal. A figura 3 ilustra o comportamento das caudas pesadas da função densidade de probabilidade da Weibull.

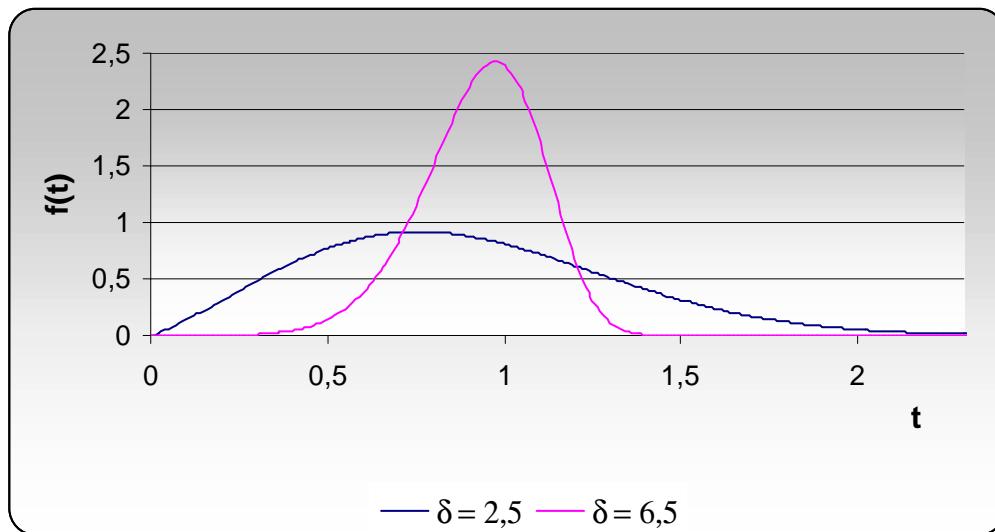


Figura 3: Função distribuição de probabilidade Weibull – caudas pesadas, elaborada pelo autor

Outro ponto importante para a compreensão da distribuição Weibull é sua função distribuição acumulada, cuja expressão está mostrada em (3).

$$F(t : \alpha, \delta) = 1 - \exp \left[ -\left( \frac{t}{\alpha} \right)^\delta \right] \quad (3)$$

A figura 4 mostra os gráficos da distribuição acumulada de probabilidade para alguns valores de  $\delta$ , sendo que o parâmetro de escala  $\alpha$  é mantido constante e igual a 1.

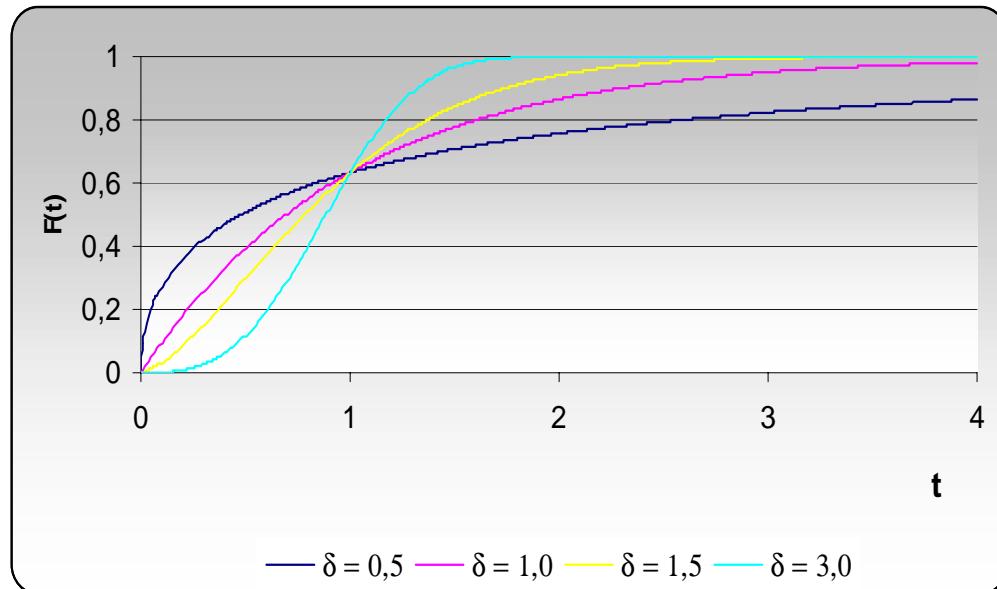


Figura 4: Função acumulada da Weibull, elaborada pelo autor

Como se pode perceber a partir da figura 4, quanto maior for o coeficiente  $\delta$  mais rapidamente a função acumulada se aproxima de 1.

Outra função probabilística muito importante quando se está analisando um modelo estatístico é a função confiabilidade. A função de confiabilidade é definida como a probabilidade de um produto desenvolver sua função sem falhar até um certo tempo  $t$ . A função de confiabilidade da distribuição Weibull está mostrada em (4).

$$R(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\delta}\right] \quad (4)$$

São apresentados na figura 5 gráficos da função de confiabilidade da distribuição Weibull. Mais uma vez são utilizados os mesmos coeficientes usados anteriormente nos outros gráficos, ou seja,  $\alpha$  é mantido constante e igual a 1 enquanto  $\delta$  varia e assume os valores de 0,5, 1,0, 1,5 e 3,0.

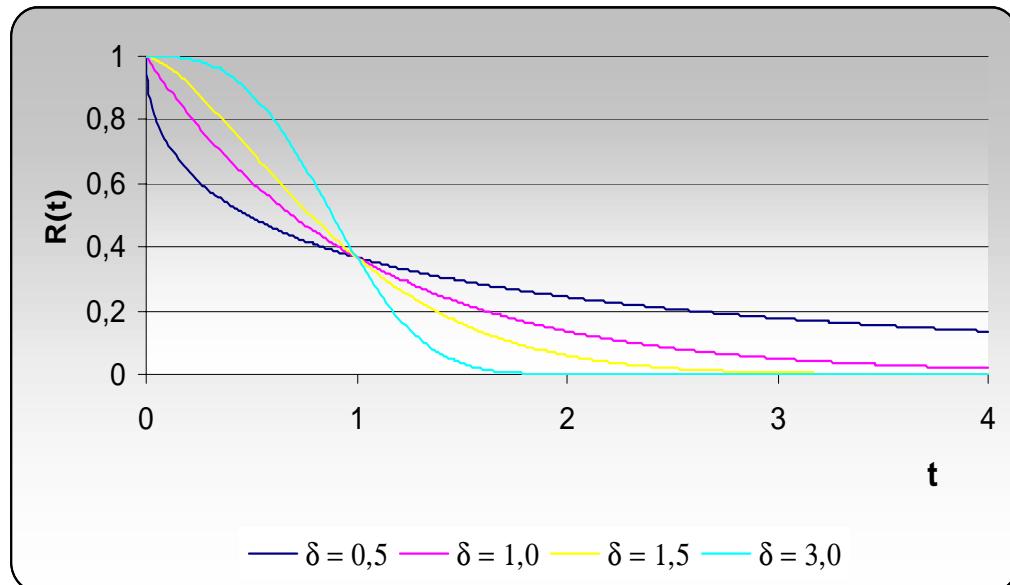


Figura 5: Função confiabilidade Weibull, elaborada pelo autor

Para compreender melhor a função confiabilidade, considere o seguinte exemplo. Começa-se por admitir a hipótese de que cada linha do gráfico mostrado na figura 5 mostra o comportamento de um determinado motor em função do tempo. Para o parâmetro  $\delta = 0,5$ , que está representado pela linha azul escura, a porcentagem de falha no tempo 0,5 é de aproximadamente 50%. Este mesmo raciocínio pode ser utilizado para todas as outras linhas.

Como se pode perceber, não é possível se determinar, a partir da figura 5, qual dos quatro motores é o mais confiável para qualquer período de tempo. Enquanto o equipamento representado pela linha azul clara é o mais confiável para períodos menores que 1 unidade de tempo e o menos confiável para períodos maiores do que este, o comportamento do motor representado pela linha azul escura é exatamente o oposto. O equipamento representado por ela é o menos confiável para períodos menores que um e o mais confiável para períodos maiores do que isto, pelo menos em relação aos quatro motores representados na figura 5.

Outra função empregada neste trabalho é a função taxa de falha. Esta função, como o próprio nome diz, mostra a que taxas os itens de um determinado lote falham. A função genérica da taxa de falha está mostrada em (5).

$$h(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (5)$$

Após se substituir na fórmula genérica a função densidade de probabilidade ( $f(t)$ ) e a função confiabilidade ( $R(t)$ ) específicas para o modelo com a qual se está trabalhando, define-se a função taxa de falha da Weibull que está mostrada em (6).

$$h(t) = \left( \frac{\alpha}{\delta} \right) \left( \frac{t}{\alpha} \right)^{\delta-1} \quad (6)$$

A figura 6 ilustra a taxa de falha da distribuição Weibull para os mesmos parâmetros utilizados anteriormente, ou seja,  $\alpha$  é igual a 1 e  $\delta$  assume os seguintes valores: 0,5, 1,0, 1,5 e 3,0.

Ao analisar a figura 6, observa-se que a função taxa de falha tem comportamentos bastante distintos, podendo ser crescente, decrescente ou constante, dependendo dos valores do parâmetro  $\delta$  assumidos. Em função desta diversidade, a distribuição Weibull é muito utilizada para descrever equipamentos cuja taxa de

falha pode aumentar ou diminuir com o passar do tempo. Pela figura 6, quando  $\delta$  vale 0,5 a taxa de falha é decrescente, ou seja, à medida que o tempo passa, diminui a velocidade na qual determinado item falha. Mas o comportamento mais comum é o observado para os valores de  $\delta$  iguais a 1,5 e 3, ou seja, aqueles nos quais conforme o tempo passa a taxa de falha vai aumentando.

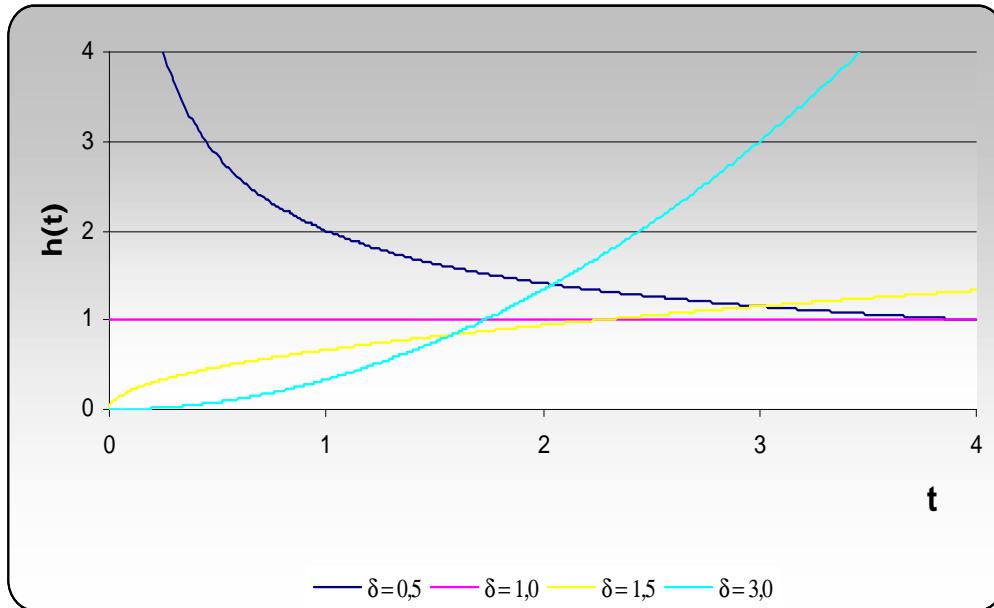


Figura 6: Gráfico taxa de falha da Weibull, elaborada pelo autor

Outro ponto que se nota ao analisar a figura 6 é a função taxa de falha da Weibull com  $\delta$  igual a 1 ser constante. Isto já era esperado, uma vez que, quando  $\delta$  é igual a 1, tem-se o caso de uma distribuição exponencial, e a função taxa de falha de uma exponencial é uma constante.

Além destas características serão descritos dois parâmetros muito importantes para qualquer distribuição: a média e a variância.

$$\mu(t) = \alpha \Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right) \quad (7)$$

$$\sigma^2(t) = \alpha^2 \left[ \Gamma\left(\frac{2}{\delta} + 1\right) - \Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)^2 \right] \quad (8)$$

onde  $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-x} x^{n-1} dx$

Em situações práticas, os parâmetros  $\alpha$  e  $\delta$  são desconhecidos. No entanto, é possível estimá-los a partir de uma amostra. Para tal, deve-se escolher um entre os diversos métodos de estimação existentes, e o escolhido foi o método da máxima verossimilhança. Tanto a justificativa da escolha deste método como o seu funcionamento serão apresentados nos próximos subitens.

### 3.3. O método da máxima verossimilhança

Suponha uma amostra aleatória de observações  $t_1, t_2, \dots, t_n$  de uma certa população, caracterizada pela sua função de densidade  $f(t)$  que depende de um vetor de parâmetros  $\theta$ . A função de verossimilhança destes dados em função do vetor  $\theta$  é definida como:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) \quad (9)$$

A função de verossimilhança  $L(\theta)$  tem um produtório que mostra que a contribuição de cada observação não-censurada para a função  $L(\theta)$  é a sua função de densidade.

Conforme se altera o vetor de parâmetros  $\theta$ , mantendo-se constantes os dados de entrada  $t_i$ , obtém-se diferentes valores para a função de verossimilhança. E,

quando este valor for máximo, tem-se o vetor de parâmetros  $\theta$  que maximiza a probabilidade de que estes dados tenham uma distribuição de valores que segue o modelo estatístico adotado.

Portanto, para se descobrir quais são os parâmetros que fazem com que uma distribuição tenha a melhor aderência a um conjunto de dados deve-se descobrir qual é o vetor de parâmetros  $\theta$  que maximiza a função de verossimilhança.

Após a substituição da função densidade de probabilidade na fórmula genérica que foi apresentada chega-se à função de verossimilhança da distribuição Weibull, que é dada por (10).

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \left( \frac{\delta}{\alpha} \right) \left( \frac{t_i}{\alpha} \right)^{\delta-1} \exp \left[ - \sum_{i=1}^n \left( \frac{t_i}{\alpha} \right)^\delta \right] \quad (10)$$

onde  $\theta = (\alpha, \delta)$

Como já foi explicado, o estimador de máxima verossimilhança consiste em achar  $\theta$ , tal que  $L(\theta)$  seja máximo. Mas  $\max L(\theta) = \max \ln(L(\theta))$ , logo é indiferente trabalhar com o logaritmo neperiano da função de máxima verossimilhança. Esta transformação está apresentada em (11).

$$\ln[L(\alpha, \delta)] = n \ln(\delta) - (\delta-1) \sum_{i=1}^n \ln(t_i) - (\delta-1) \ln(\alpha) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{t_i}{\alpha} \right)^\delta \quad (11)$$

O objetivo de utilizar o logaritmo da função de máxima verossimilhança é que esta transformação simplifica os cálculos. Além do mais, esta transformação não acarreta perda da qualidade do método, pois o que se objetiva descobrir é o vetor  $\theta$  que maximiza o valor da função de verossimilhança, que, como já foi explicitado, é o mesmo encontrado quando se tentar maximizar o  $\ln$  desta função.

Similarmente, pode-se trabalhar com a distribuição de valores extremos. A função de máxima verossimilhança desta distribuição, assim como seu  $\ln$ , estão representados, respectivamente, por (12) e (13).

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \exp \left[ \frac{x_i - \mu}{\sigma} - \exp \left( \frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right] \quad (12)$$

$$\ln [L(\mu, \sigma)] = -n \ln (\sigma) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\sigma} \right) - \frac{n\mu}{\sigma} - \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} \right] \quad (13)$$

onde  $\theta = (\mu, \sigma)$

$$x_i = \log (t_i)$$

$$\mu = \log (\alpha)$$

$$\sigma = \delta^{-1}$$

Como se pode observar, a transformação feita na equação (12), ao se calcular o logaritmo neperiano da mesma, torna os cálculos matemáticos que devem ser realizados muito mais simples. Por isto sua utilização.

Tendo-se as funções de verossimilhança, o próximo passo é determinar qual é o vetor de parâmetros  $\theta$  que a maximiza. Isto pode ser feito através da resolução do seguinte sistema de equações.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma} \left\{ -n + \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} \right] \right\} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \\ \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \left\{ -n\sigma - \sum_{i=1}^n x_i + n\mu + \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} \right] (x_i - \mu) \right\} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} \end{array} \right. \quad (15)$$

onde

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \mu} = \frac{1}{\sigma} \left\{ -n + \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} \right] \right\} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \left\{ -n\sigma - \sum_{i=1}^n x_i + n\mu + \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{(x_i - \mu)}{\sigma} \right] (x_i - \mu) \right\} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Para se resolver este sistema deve-se utilizar algum método iterativo, e o mais comum é o método de Newton. Após a sua aplicação, determinam-se os valores de  $\mu$  e de  $\sigma$ . Com eles, é fácil descobrir os valores de  $\alpha$  e  $\delta$ , uma vez que  $\alpha = \exp \mu$  e  $\delta = \sigma^{-1}$ .

Outro ponto que deve ser relevado ao se aplicar o método da máxima verossimilhança é a definição da variância dos parâmetros. Ela é utilizada para definir o intervalo de confiança dentro do qual os parâmetros podem ser encontrados, através da seguinte fórmula:

$$IC = \hat{\theta} \pm z_{q/2} \sqrt{\text{Var}(\hat{\theta})}, \quad (16)$$

onde IC = intervalo de confiança,

$\hat{\theta}$  = parâmetro estimado;

$z$  = valor numérico para o nível de significância  $q$ , encontrado em Costa Neto (2002)

e  $q$  é o nível de significância do teste.

A fórmula representada por (16) é válida somente quando há um parâmetro a ser estimado. Logo, ela deve ser aplicada duas vezes no caso da distribuição Weibull, que está sendo utilizada neste texto, o que está representado pelas equações (16a) e (16b). Já as equações (16c) e (16d) representam o intervalo de confiança dos parâmetros da distribuição de valores extremos.

$$IC = \hat{\alpha} \pm z_{q/2} \sqrt{Var(\hat{\alpha})} \quad (16a)$$

$$IC = \hat{\delta} \pm z_{q/2} \sqrt{Var(\hat{\delta})} \quad (16b)$$

$$IC = \hat{\mu} \pm z_{q/2} \sqrt{Var(\hat{\mu})} \quad (16c)$$

$$IC = \hat{\sigma} \pm z_{q/2} \sqrt{Var(\hat{\sigma})} \quad (16d)$$

### 3.4. Ensaios acelerados

As funções apresentadas neste trabalho são todas adaptadas da confiabilidade. E, em confiabilidade, uma estratégia utilizada muito comumente é a de se utilizar ensaios acelerados.

Às vezes, a realização de um experimento pode ser muito demorada e cara. Entretanto, ela deve necessariamente ser feita. Uma solução de contorno encontrada para estas situações é a realização de testes acelerados.

Para se conduzir um teste acelerado devem-se submeter as unidades que se quer testar a níveis mais estressantes do que aqueles encontrados em condições normais de uso. Para tal, segundo Freitas; Colosimo (1997), existem dois métodos, de acordo com as variáveis de estresse.

O primeiro deles é a aceleração por alta taxa de uso. Neste caso, no qual a variável de estresse é o uso, coloca-se o produto em funcionamento porém com uma taxa de utilização mais alta que o normal. Isto pode ser conseguido ou através de uma velocidade mais alta ou através da redução do tempo de descanso. Como exemplo de um experimento acelerado que envolva aumento da velocidade de uso pode-se analisar um teste que envolva o funcionamento de um conjunto de motores. Para se realizar um teste acelerado com eles poderia-se fazer com que os motores trabalhassem com um número de rotações por minuto maior do que o esperado normalmente. Já como exemplo de redução do tempo de descanso, poderia-se deixá-los trabalhando ininterruptamente. Nos dois casos, as falhas aconteceriam mais rapidamente.

O segundo método para se realizar um teste acelerado é através da exposição dos elementos da amostra testada a níveis mais elevados das variáveis de estresse do que o esperado normalmente, conseguindo desta forma que o tempo de vida do produto seja mais curto ou que a piora do desempenho aconteça de maneira mais rápida. As variáveis de estresse serão diferentes para cada experimento realizado, dependendo de cada produto e de qual a característica se quer testar. Por exemplo, para acelerar o teste referente ao tempo de vida de um alimento, pode-se deixá-lo exposto a uma temperatura maior do que a esperada em condições normais. A tabela 1 apresenta alguns produtos e suas respectivas medidas de desempenho e variáveis de estresse.

Uma vez que a carga de estresse em um teste acelerado pode ser aplicada de várias maneiras diferentes deve-se definir de que forma a variável estressada será utilizada, pois cada uma delas possui vantagens e desvantagens específicas que devem ser relevadas para a realização do experimento acelerado. Freitas; Colosimo (1997) comentam as quatro maneiras mais comuns de se aplicar estas variáveis em um teste acelerado.

Tabela 1: Variáveis de estresse e medidas de desempenho, adaptado de Freitas; Colosimo (1997)

Tipo de material	Medida de desempenho	Variável de estresse
Metais	Trinca, corrosão, oxidação	Temperatura, umidade, sal
Dielétricos e isolamentos	Tempo até a falha, alongamento	Temperatura, voltagem, vibração
Alimentos e drogas	Tempo de estocagem, pH, reações químicas específicas	Temperatura, umidade, radiação solar
Plásticos	Propriedades mecânicas, firmeza da cor	Temperatura, vibração, choque

1. Constante: neste tipo de teste as unidades são submetidas a um nível constante da variável de estresse. É importante ressaltar que neste tipo de teste deve-se utilizar vários níveis de estresse para se realizar a modelagem, ou seja, deve-se ter grupos de unidades diferentes submetidos a níveis de estresse diferentes. Esta forma de aplicação de estresse tem três grandes vantagens: a simplicidade na realização do teste e de sua modelagem matemática, o fato de já haver sido comprovada empiricamente para alguns materiais e produtos e, finalmente, o fato de que a maioria dos produtos, quando em uso normal, são submetidos a situações nas quais a variável de estresse é constante.

2. Escada: neste tipo de teste cada unidade é submetida a um nível de estresse por um período de tempo. Se a unidade não falhar, aumenta-se o nível de estresse ao qual ela será submetida. A principal vantagem deste modelo é o fato de que se chega rapidamente à falha da unidade, porém ele também apresenta diversas desvantagens. Para grande parte dos produtos em condições normais de uso este não é o comportamento apresentado pelas variáveis de estresse além do que a estimativa das medidas de confiabilidade é muito mais complicada.

3. Progressivo: cada unidade é submetida a um nível progressivo da variável de estresse neste tipo de experimento, até que ela falhe. Porém, ao invés de aumentar o nível de estresse em degraus, como no modelo anterior, este aumento é feito progressivamente. Este modelo apresenta as mesmas vantagens e desvantagens que o modelo em escada.
4. Cíclico: as unidades da amostra que farão parte do experimento são submetidas a níveis de estresse ora altos, ora baixos, sendo que eles se repetem ciclicamente. Também apresenta as mesmas vantagens e desvantagens que o modelo em escada.

A figura 7 ilustra esquematicamente o funcionamento das diversas formas de aplicação de estresse.

Neste trabalho, o que se propõe fazer é utilizar a metodologia dos ensaios acelerados para analisar o comportamento da cotação do real em um cenário estressado. Para tal, definiu-se que a variável de estresse seria o Risco Brasil. Ou seja, quer-se realizar um teste acelerado através do método de aceleração por altos níveis de estresse tendo como objeto de estudo a cotação do real em relação ao dólar.

Como forma de aplicação do estresse, optou-se por utilizar o primeiro método apresentado, o constante, pelas vantagens já citadas. O que se procurará fazer é definir o coeficiente de forma  $\alpha$  em função da variável de estresse, que neste trabalho é o Risco Brasil.

Para tal, se assumiu que a variável de escala  $\alpha$  segue a seguinte lei exponencial:

$$\alpha = \exp(a + bZ) \quad (18)$$

Nesta formula,  $Z$  é a variável de estresse, ou seja, o Risco Brasil, e  $a$  e  $b$  são mais dois parâmetros que devem ser estimados. Para se compreender o porquê da escolha de um modelo exponencial para descrever o comportamento do parâmetro  $\alpha$  deve-se analisar o comportamento da cotação do real.

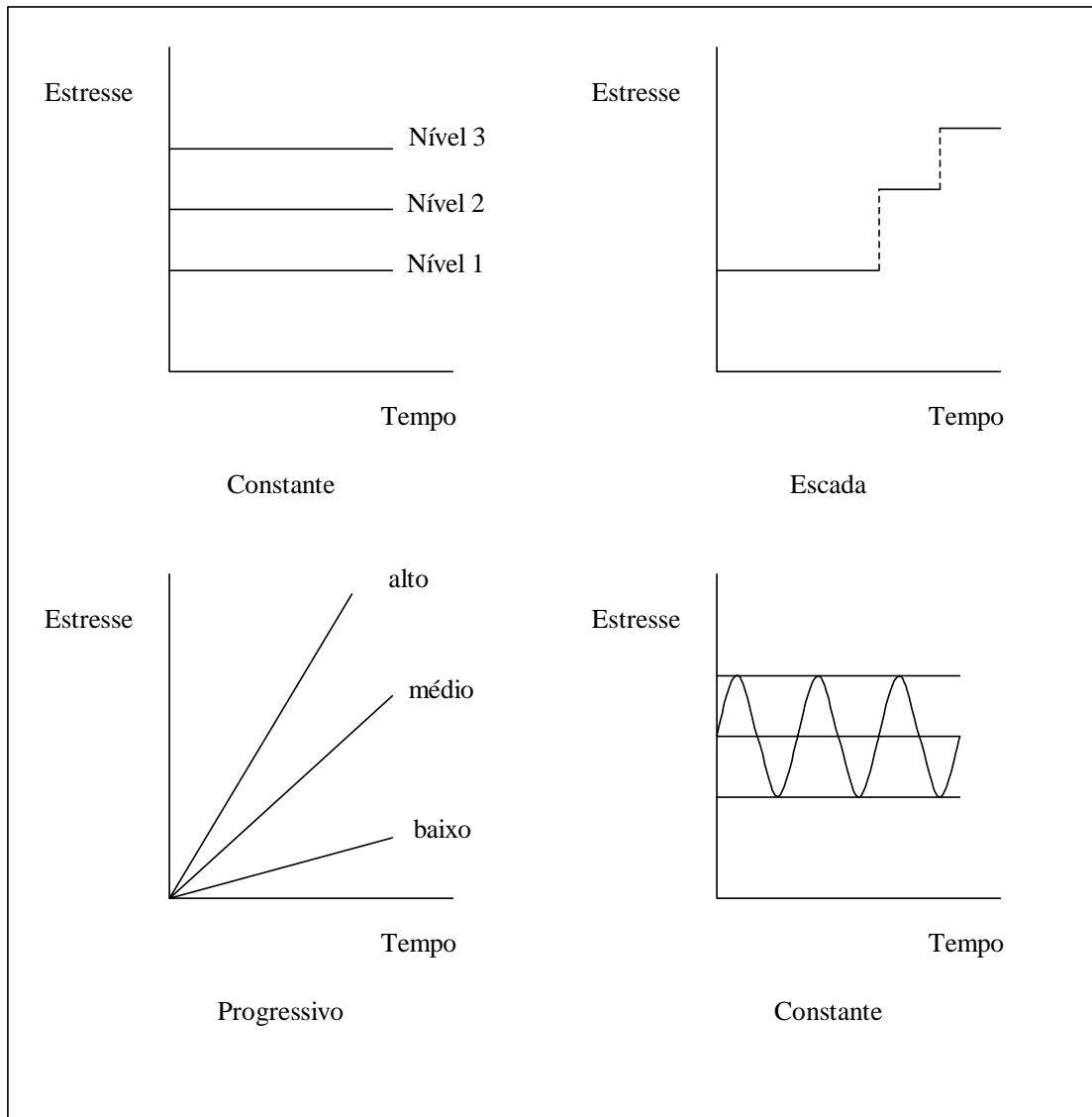


Figura 7: Formas de aplicação de estresse, adaptado de Freitas;Colosimo (1997)

Em momentos nos quais o mercado financeiro avalia que o cenário está positivo, ou seja, quando o Risco Brasil está em patamares baixos, a volatilidade das cotações do real é pequena. Já quando o Risco Brasil atinge patamares mais altos, a volatilidade é muito maior e a cotação do dólar atinge valores muito elevados.

Mas esta relação não é linear. Conforme o valor do Risco Brasil vai aumentando, as cotações do real aumentam mais rapidamente. Desta forma, assumir que o parâmetro de forma da distribuição Weibull que modela este experimento apresenta uma relação exponencial em relação à variável de estresse é bastante razoável.

### 3.5. Regressão Weibull

Regressão Weibull é o nome do processo que permitirá estimar, a partir de testes acelerados, os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $\delta$  que caracterizam uma amostra genérica Weibull, que pode ser utilizada em qualquer condição, seja ela estressada ou não.

Para que se possa realizar este método, é necessário que se tenha, inicialmente, amostras que foram testadas em três níveis de estresse. Ter este número de amostras é importante porque, como se viu no item anterior, assumiu-se que o coeficiente de escala  $\alpha$  segue uma função exponencial. Então é necessário que se tenham três pontos, no mínimo, para que possa definir qual a tendência da função que modela o coeficiente de forma  $\alpha$ .

Uma vez que se tenham todos os dados, deve-se fazer a regressão. O processo de regressão é idêntico àquele que foi apresentado anteriormente, no item que versava sobre o método da máxima verossimilhança, só que agora as equações são diferentes, porque deve ser considerado também que o parâmetro  $\alpha$  deve ser substituído pela função correspondente.

A nova equação de função densidade de probabilidade está apresentada a por (19).

$$f(t; \alpha; \delta) = \left( \frac{\delta}{\exp(a + bZ)} \right) \left( \frac{t}{\exp(a + bZ)} \right)^{\delta-1} \exp \left[ - \left( \frac{t}{\exp(a + bZ)} \right)^\delta \right] \quad (19)$$

Também, como foi feito anteriormente, será apresentada em (20) a função de valores extremos, já modificada para se adequar ao modelo de regressão apresentado.

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp \left[ \frac{x - \mu - bZ}{\sigma} - \exp \left( \frac{x - \mu - bZ}{\sigma} \right) \right] \quad (20)$$

A função de máxima verossimilhança para este modelo está a seguir.

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma} \exp \left[ \frac{x_i - \mu - bZ}{\sigma} - \exp \left( \frac{x_i - \mu - bZ}{\sigma} \right) \right] \quad (21)$$

onde  $\theta = (\mu, b, \sigma)$

O logaritmo da função de máxima verossimilhança é dado por:

$$\ln[L(a, b, \sigma)] = -n \ln(\sigma) + \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\sigma} \right) - \frac{n(a + bZ)}{\sigma} - \sum_{i=1}^n \exp \left[ \frac{(x_i - a - bZ)}{\sigma} \right] \quad (22)$$

Para se determinar o estimador de máxima verossimilhança  $\hat{\theta}$ , o processo será o mesmo que foi apresentado anteriormente. Será resolvido um sistema com as derivadas parciais do logaritmo da função de máxima verossimilhança. A diferença é que haverá três equações neste sistema, dado o modelo de regressão que foi apresentado. As equações que compõem o sistema estão representadas por (23), (24) e (25).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \end{array} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0 \\ \frac{\partial \ln L}{\partial b} = 0 \end{array} \right. \quad (25)$$

onde

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \sigma} = \frac{1}{\sigma^2} \left\{ -n\sigma - \sum_{i=1}^n x_i + na + nbZ + \sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{(x_i - a - bZ)}{\sigma}\right) (x_i - a - bZ) \right\}$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a} = \frac{1}{\sigma} \left[ -n + \sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{x_i - a - bZ}{\sigma}\right) \right]$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial b} = \frac{Z}{\sigma} \left[ -n + \sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{x_i - a - bZ}{\sigma}\right) \right]$$

Para se resolver o sistema apresentado também será utilizado o método de Newton. Uma vez que isto tenha sido feito, encontra-se o estimador de máxima verossimilhança  $\theta$ .

### 3.6. Falha

Como já foi dito anteriormente, este trabalho utilizará conceitos de confiabilidade. E, em confiabilidade, as situações estudadas envolvem o tempo até a ocorrência de um evento de interesse. Estes eventos são, na maioria dos casos, indesejáveis e usualmente chamados de falha.

A primeira coisa que deve ser feita quando se estuda confiabilidade é definir claramente o que será considerado como falha no experimento estudado. Em algumas situações isto pode ser muito simples, mas em outras não. Por exemplo, uma lâmpada falha quando ela queima e deixa de funcionar – não há passos intermediários – mas um carro pode falhar em diversos momentos, dependendo do

critério do observador – quando começa a gastar muito combustível ou quando apresenta problemas de suspensão são alguns dos possíveis critérios de falha.

Neste trabalho, entretanto, a análise de tempos de falha será aplicada no mercado financeiro. Então, ao invés de se analisar a cotação do dólar em função do tempo, ela será analisada em função de uma outra variável, o Risco Brasil. Também, devido às adaptações que estão sendo feitas, não será necessário definir um critério de falha, pois ele não será utilizado. Esta explicação, no entanto, é necessária para que se compreenda o método de confiabilidade que está sendo utilizado.

### 3.7. Censura de dados

Tome-se um experimento que avaliará a vida de 30 motores, que transcorrerá da seguinte forma: cada motor funcionará por 200 ciclos e depois será desligado por uma hora, para descanso, porque é desta maneira que se espera que os motores sejam solicitados normalmente. Após 5000 ciclos decide-se interromper o experimento e observa-se que das trinta unidades iniciais doze já falharam. Para as doze unidades que falharam, tem-se o tempo exato da falha, mas para as outras dezoito a única informação que se tem é que elas vão falhar em algum momento no futuro. Diz-se então que estes dezoito casos têm dados censurados.

Os dados censurados são utilizados porque os testes de vida de produtos geralmente são caros e demorados, logo, às vezes é inviável realizar um teste até que todas as unidades tenham falhado.

É importante ressaltar o fato de que todos os dados, mesmo os censurados, devem ser utilizados na análise estatística. Existem duas justificativas para isto. A primeira delas é que ainda que os dados sejam incompletos eles fornecem informações sobre o tempo de vida dos produtos. A segunda é que se estes dados forem omitidos eles deixarão a amostra viciada. Basta analisar o exemplo do 30 motores para se compreender isto. Se fossem utilizados apenas os dados dos motores que falharam ter-se-ia uma expectativa de vida menor do que a real.

Segundo Freitas; Colosimo (1997) existem três tipos de censura. A primeira delas é chamada censura por tempo ou do tipo I. Neste caso, define-se um tempo

máximo para o experimento, e após este tempo ter sido atingido o experimento é interrompido e as amostras que não falharam são consideradas como censuradas.

A segunda forma de censura é a censura por falha ou do tipo II. Este tipo de censura ocorre quando se pré-determina quantas unidades devem falhar para que o experimento seja suspenso.

O último caso é chamado de censura do tipo aleatório. Isto acontece na prática quando um item é retirado no decorrer do teste sem ter atingido a falha.

Na prática, o tratamento estatístico dos dados oriundos dos três mecanismos de censura é praticamente o mesmo. O que muda são as vantagens práticas que podem ser obtidas ao se utilizar diferentes métodos de censura. A censura do tipo II geralmente é utilizada quando se tem pouca ou nenhuma informação sobre a durabilidade do produto em estudo. Desta forma se garante um número mínimo de falhas para se realizar a análise estatística. Já a censura do tipo I é mais utilizada em combinação com informações de experimentos anteriores pois permitem que se planeje o tempo de duração do estudo. A figura 8 ilustra os três casos de censura mencionados.

Os dados utilizados neste trabalho não são censurados, e por isso não foi necessário definir um critério de falha no item anterior. Mais uma vez ressalta-se a importância de se analisar este ponto, ainda que ele não seja utilizado no trabalho, para melhor compreender o método de confiabilidade que está sendo utilizado.

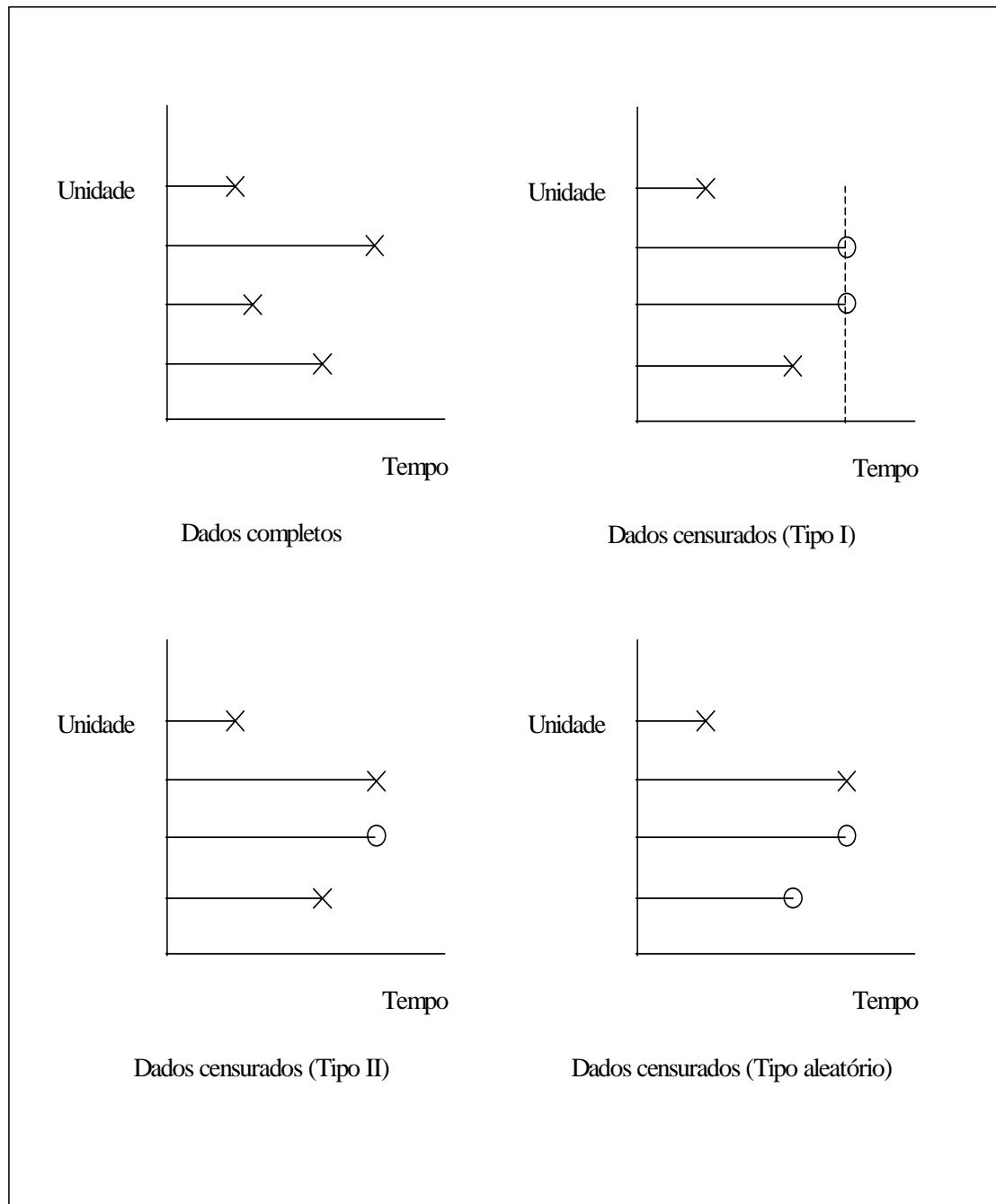


Figura 8: Tipos de censura, adaptado de Freitas; Colosimo (1997)

### 3.8. O teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov

Os testes de aderência são utilizados para verificar a compatibilidade (ou aderência) de valores observados em uma amostra selecionada a distribuições de probabilidade. Como, normalmente, se desconhece a distribuição de probabilidade da qual os dados advêm, testa-se a hipótese de uma determinada distribuição se ajustar aos dados.

O teste escolhido para ser utilizado neste trabalho é o teste de Kolmogorov-Smirnov. Para aplicá-lo, após a determinação dos parâmetros que modelam uma distribuição, deve-se calcular os valores da distribuição acumulada e compará-los com uma função de distribuição acumulada empírica. (Chakravarti *et al.*, 1967).

Esta distribuição empírica, baseada em  $n$  pontos amostrais  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ , é definida como:

$$E_n = \frac{n_i}{n} \quad (26)$$

onde  $n_i$  é o número de pontos menores que  $Y_i$ . Esta é uma função degrau, que aumenta na proporção  $1/n$ , relativamente ao valor de cada ponto amostral.

A figura 9 mostra um gráfico que representa a distribuição empírica obtida e a função densidade acumulada de uma distribuição Weibull que foi utilizada neste trabalho. O teste de Kolmogorov-Smirnov se baseia na máxima distância entre as duas curvas.

Este teste, entretanto, possui duas limitações. A primeira delas é que ele só pode ser utilizado para distribuições contínuas, que é o caso da distribuição Weibull, e a segunda delas é que ele tende a ser mais sensível próximo ao centro das distribuições do que em suas caudas.

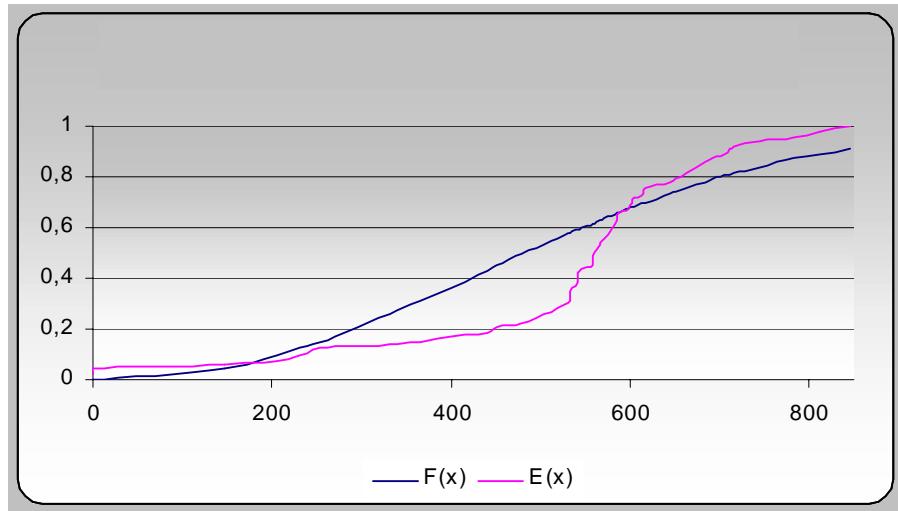


Figura 9: Teste de Kolmogorov – Sminorv, elaborada pelo autor

As duas hipóteses que compõem o teste de Kolmogorov-Sirnov são as seguintes:

$H_0$ : Os dados seguem a distribuição especificada;

$H_1$ : Os dados não seguem a distribuição especificada.

A estatística deste teste é dada por:

$$D_n = \max \left| F(Y_i) - \frac{i}{N} \right|, \quad 1 \leq i \leq N \quad (27)$$

onde  $F(Y_i)$  é a função distribuição acumulada que está sendo testada, a qual deve ser contínua.

A hipótese de que a distribuição analisada segue a distribuição especificada é rejeitada se o valor do teste estatístico  $D_n$  for maior que o valor crítico  $D_{n,\alpha}$ , onde  $\alpha$

corresponde ao nível de significância do teste. Os valores de  $D_{n,\alpha}$  para diferentes valores de  $n$  e  $\alpha$  podem ser encontrados em Gibbons, Chakraborti (1992).

## *Aplicação do modelo*

## 4. APLICAÇÃO DO MODELO

No capítulo anterior foram apresentados os conceitos teóricos para a modelagem que será utilizada neste capítulo, que discorrerá sobre os seguintes tópicos:

- Escolha do período de tempo abrangido
- Estimação dos parâmetros da distribuição Weibull
- Escolha do intervalo de entrada
- Escolha dos níveis de estresse

### 4.1. Escolha do período de tempo abrangido

Se este fosse um trabalho de confiabilidade propriamente dito, para avaliar o tempo de vida de um produto em uma indústria, uma das possíveis atividades que poderia ser realizada seria selecionar uma amostra de produtos e testá-los sob condições de estresse. Uma vez que os dados referentes àquelas unidades testadas estivessem disponíveis, bastaria fazer a regressão através do modelo de confiabilidade mais adequado e obter estimativas de parâmetros de estresse. Neste trabalho, o processo foi muito semelhante. A primeira tarefa realizada foi a seleção de uma amostra.

Para realizar este trabalho, contava-se com as cotações do real em relação ao dólar desde primeiro de outubro de 1990. Inicialmente, desconsideraram-se todos os dados anteriores ao dia 4 de julho de 1994. Isto porque em primeiro de julho deste mesmo ano o então presidente Itamar Franco implantou um novo plano econômico, o Plano Real, que mudou a forma de cotação da moeda nacional.

Os dados anteriores a esta data, portanto, perderam a sua utilidade neste trabalho por dois motivos: o primeiro deles é que, por ter uma base diferente daquela adotada a partir do dia 4 de julho de 1994 em diante, a modelagem dos dois tipos de dados conjuntamente seria muito problemática. Mas o que realmente torna muito pouco interessante a idéia de se trabalhar com estes dados é o fato de que o país começou a viver uma realidade econômica diferente, logo os fatores fundamentais da

economia que valiam anteriormente àquela data deixaram de ser importantes. Logo, a maneira através da qual a cotação do real variava em situações de estresse também mudou.

A figura 10 mostra um histograma com todos os valores das cotações do real a partir de 04 de julho de 1994 até 22 de maio de 2003. As cotações estão multiplicadas por mil.

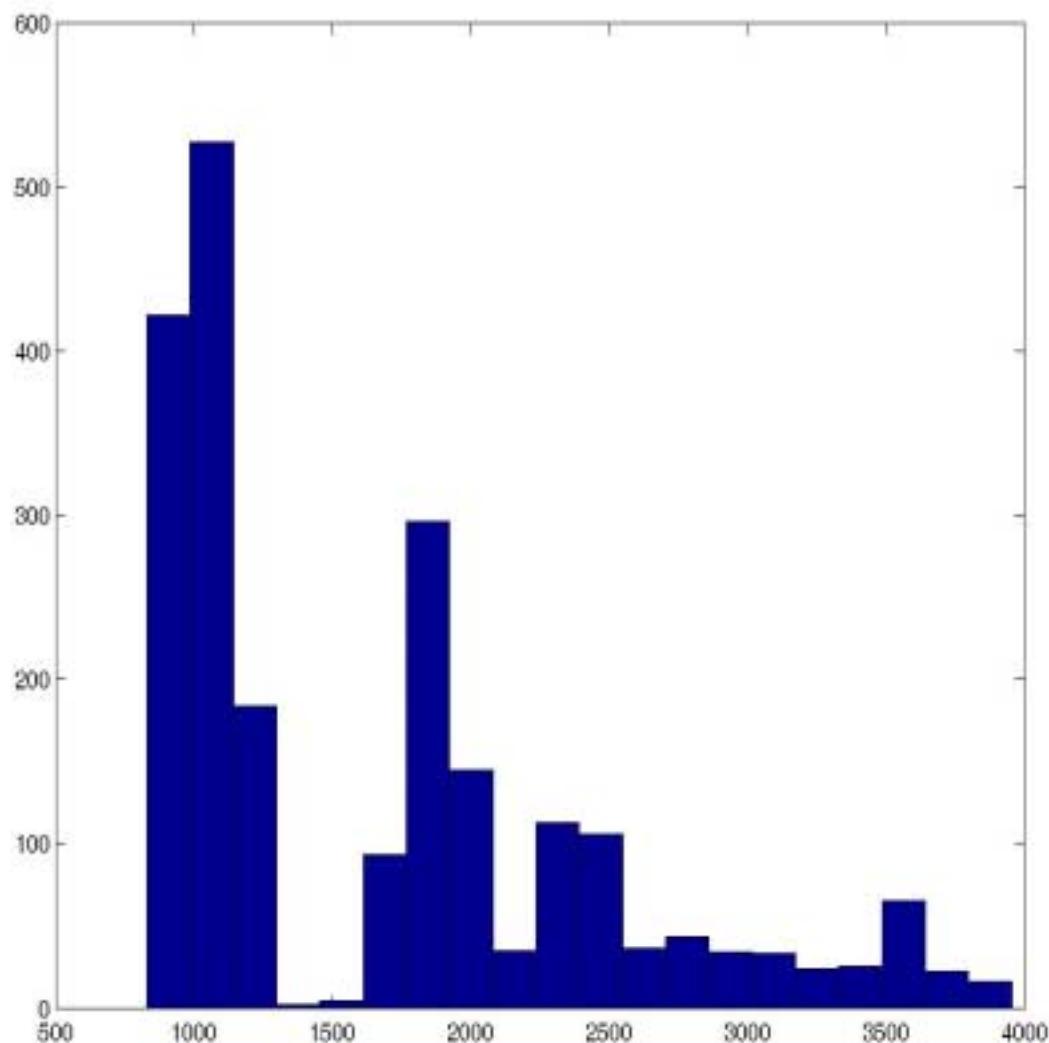


Figura 10: Histograma das cotações do real entre 04/07/94 e 22/05/03, elaborada pelo autor

Como se pode perceber pela figura 10 a maior freqüência de cotações de real está localizada ao redor dos primeiros valores apresentados, ou seja, entre os valores 800 e 1200. Isso aconteceu porque neste período o câmbio no Brasil era controlado pelo Governo.

O Banco Central definia pequenos intervalos dentro dos quais o valor da moeda brasileira em relação à americana poderia variar. Estes intervalos eram conhecidos como mini-bandas e, sempre que a cotação do dólar ameaçava ultrapassar estes intervalos, o Banco Central agia. Se o valor da moeda tinha tendência a ultrapassar o limite superior da mini-banda, o Governo vendia dólares no mercado, e se a tendência fosse ultrapassar o limite inferior, ele os comprava.

Esta situação perdurou até o dia 12 de janeiro de 1999, quando o Tesouro Nacional percebeu que suas reservas em moeda estrangeira não eram suficientes para combater o pesado ataque especulativo pelo qual a economia brasileira passava. A partir do dia 13 de janeiro, então, passou a vigorar no Brasil um novo regime cambial, o da livre-flutuação. Neste regime quem passou a definir os valores da cotação da moeda são as forças de mercado, e não mais o Banco Central.

É importante ressaltar que o fato de que desde 1999 até hoje o regime cambial adotado no Brasil ser o da livre flutuação não implica na não-interferência do Governo no mercado cambial. Eventualmente, quando sente necessidade, seja devido a uma alta expressiva na cotação da moeda brasileira, ou seja por qualquer outro motivo que julgar relevante, o Banco Central intervém neste mercado, seja através de empresas estatais, tais como o Banco do Brasil ou a Caixa Econômica Federal, seja através de corretoras contratadas.

Mas, ainda que às vezes o mercado sofra a intervenção do Governo, a partir de 13 de janeiro de 1999 os valores da cotação do dólar podem ser considerados de como sendo definidos pelo mercado, e, desta maneira, todos os valores anteriores a esta data também serão excluídos nas análises feitas neste trabalho. A figura 11 apresenta um histograma dos dados de cotação do real utilizados neste trabalho, ou seja, entre os dias 13 de janeiro de 1999 e 22 de maio de 2003.

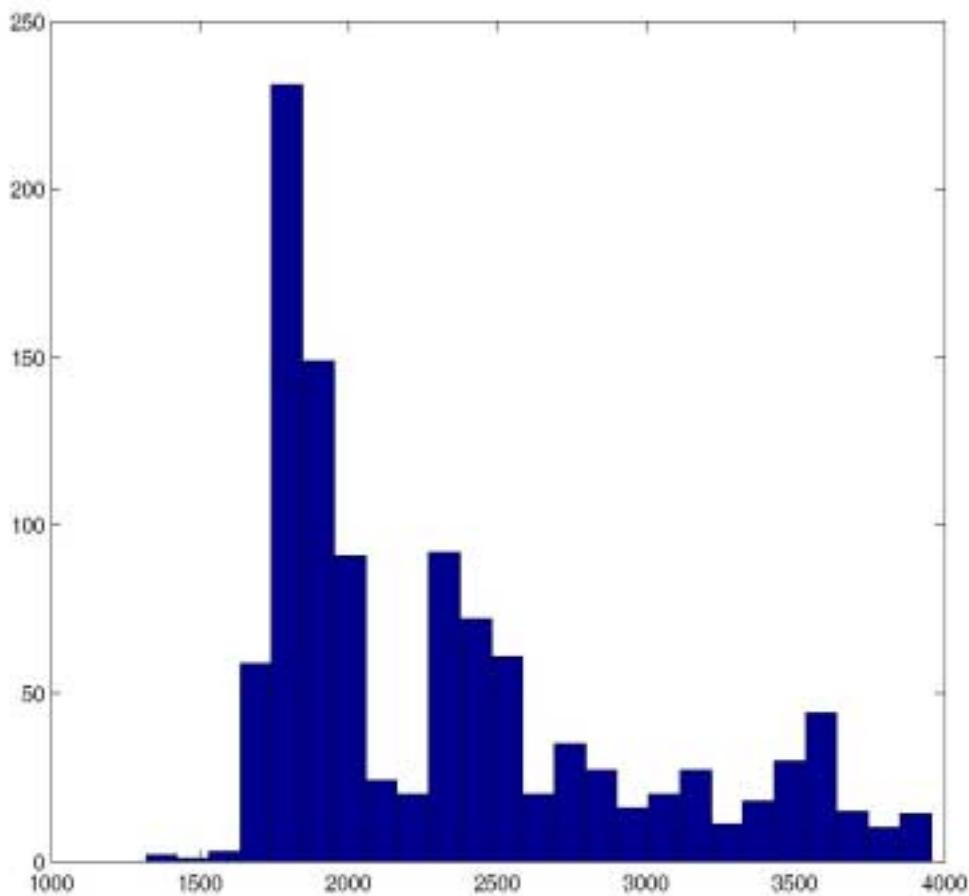


Figura 11: Histograma das cotações do real entre 13/01/99 e 22/05/03, elaborado pelo autor

No histograma representado na figura 11 pode-se perceber que existe uma concentração de valores muito grande em torno de 1800, ou seja, existe um valor modal ao redor de 1800. Existe também pelo menos mais uma moda facilmente identificável, ao redor de 2400. Mas estas duas concentrações têm razões diferentes daquelas apresentadas para justificar a moda observada no histograma anterior.

Evidentemente estes picos aconteceram devido a uma repetição de valores, mas se no histograma anterior esta repetição era forçada por medidas governamentais, neste caso foi o próprio mercado quem as definiu. Elas aconteceram em momentos de calmaria no mercado, onde a moeda pouco oscilava, ficando

restrita aos mesmos valores. Daí explica-se a repetição de valores e a formação de modas.

Entre estas duas grandes aglomerações, a freqüência de outros valores é menor. Isto se explica pelo próprio comportamento do mercado. A cotação da moeda brasileira estava oscilando em torno de R\$1,80 por dólar, quando atravessou um momento de turbulência e subiu para um novo patamar, de R\$2,40, que é a segunda moda. Como esta mudança ocorreu em um curto espaço de tempo, existem poucas repetições dos valores intermediários, o que explica as baixas freqüências observadas. A moeda brasileira, após isto, passou por outro momento de turbulência e, acredita-se, tenha atingido um novo patamar, em torno de R\$3,00. Logo, espera-se que num futuro próximo o histograma apresente mais uma moda, ao redor de R\$3,00.

Uma vez definido o conjunto de valores com o qual se iria trabalhar, passou-se ao segundo passo: determinar dentro deste grande conjunto de dados, que ia de 13 de janeiro de 1999 até 22 de maio de 2003 qual seria o intervalo que se utilizaria para ser a base do experimento acelerado. Porém, antes de se prosseguir para tal ponto, deve-se fazer mais algumas explicações.

A primeira delas versa sobre como se estimou os coeficientes da distribuição Weibull, não do ponto de vista teórico, mas do ponto de vista prático.

#### **4.2. Estimação dos parâmetros da distribuição Weibull**

Conforme o capítulo 3, o método utilizado para estimar os coeficientes da distribuição Weibull foi o método da máxima verossimilhança. E, para aplicá-lo, recorreu-se ao programa *Matlab* (*Versão 6.0.0.88*). Este programa utiliza o método descrito neste texto para fazer a regressão, usando o método de Newton para achar as soluções numéricas para as equações das derivadas.

Para se utilizar o *Matlab* foi necessário fazer uma transformação nos dados de entrada. O motivo desta transformação é que os dados de mercado aos quais se tinha acesso começavam, na melhor das hipótese, em 1300, ou seja, todo o intervalo

entre 0 e 1300 não seria representado, logo os coeficientes estimados seriam deformados.

Para solucionar este problema aplicou-se a transformação matemática que está representada por (28). Ela garante que os dados comecem o mais próximo possível de zero.

$$Z_i = Y_i - \min[Y_i] + 1 \quad (28)$$

Onde :

$Z_i$  é o vetor que contém os  $n$  dados após a transformação, da maneira como serão utilizados pelo *Matlab*;

$Y_i$  é o vetor que contém as  $n$  cotações do real originais, antes da transformação;

$\min[Y_i]$  é o menor valor encontrado dentro do vetor  $Y_i$ .

Como se pode observar, esta transformação garante que o menor valor presente em  $Z_i$  será 1. Foi escolhido que o menor valor fosse 1 e não 0 pois senão o método utilizado para se estimar os parâmetros da função Weibull deixaria de funcionar.

Para exemplificar, vai-se aplicar a transformação mostrada em (28) no seguinte intervalo de dados, que contém os valores do dólar entre os dias 20 de julho de 2001 e 22 de agosto de 2001. Como se pode observar pela tabela 2, o menor valor  $Y_i$  é 2410,8.

Desta forma, o que foi feito foi subtrair 2409,8 de todos os elementos de  $Y_i$ . Os dados, após a transformação, também estão mostrados na tabela 2.

Fazer esta mudança na variável não altera em nada o método que foi proposto. Deve-se, no entanto, ficar atento ao fato de que será necessário somar ao

Tabela 2: Transformação matemática aplicada aos dados entre 20/07/01 e 17/08/03, elaborada pelo autor

Data	$Y_i$	$Z_i$
20/07/01	2457,3	47,5
23/07/01	2410,8	1,0
24/07/01	2424,7	14,9
25/07/01	2491,4	81,6
26/07/01	2483,6	73,8
27/07/01	2497,1	87,3
30/07/01	2433,4	23,6
31/07/01	2431,3	21,5
01/08/01	2493,5	83,7
02/08/01	2487,7	77,9
03/08/01	2488,4	78,6
06/08/01	2469,0	59,2
07/08/01	2446,3	36,5
08/08/01	2470,4	60,6
09/08/01	2466,8	57,0
10/08/01	2484,2	74,4
13/08/01	2491,0	81,2
14/08/01	2514,0	104,2
15/08/01	2500,5	90,7
16/08/01	2487,7	77,9
17/08/01	2523,5	113,7

valor estimado no final do trabalho o mesmo valor que foi subtraído dos dados de entrada, para que os resultados obtidos sejam coerentes.

Uma vez que os dados tenham sido transformados para que o *Matlab* trabalhe com eles, basta colocar estes dados no computador que ele informará quais os parâmetros que definem a distribuição Weibull que melhor adere àqueles dados segundo o método da máxima verossimilhança, além do intervalo de confiança dentro do qual estes coeficientes se encontram. Neste trabalho se optou por trabalhar com um intervalo de confiança de 5%, uma vez que este valor é amplamente aceito e não esconde possíveis distorções que a amostra possa ter.

### 4.3. Escolha do intervalo de entrada

Neste item será explicado como foi encontrado o intervalo de entrada que foi utilizado para gerar os parâmetros que seriam a base do experimento acelerado.

Como estes parâmetros seriam utilizados para se fazer testes que simulariam uma situação de estresse, optou-se por escolher dados que refletissem esta realidade. Portanto, de posse de todo o conjunto de dados que se tinha decidido utilizar, ou seja, o conjunto que continha as cotações da moeda brasileira em relação à moeda americana entre os dias 13 de janeiro de 1999 e 22 de maio de 2003, ele foi analisado com o objetivo de se encontrar os períodos que denotassem uma situação de estresse.

Agora se vai explicar qual foi a metodologia utilizada para identificar quais eram os períodos de estresse entre todos os dados disponíveis. Normalmente as cotações de uma moeda costumam variar pouco em torno de um patamar em função do tempo. Porém, em uma situação de estresse o que acontece é que o valor da cotação da moeda começa a oscilar abruptamente, tanto para cima quanto para baixo, ou seja, a volatilidade desta variável aumenta consideravelmente. Também, para o caso específico da moeda brasileira, é facilmente identificável uma tendência de alta em uma situação de estresse. Após este período de grande volatilidade, a cotação moeda atinge um novo patamar e volta a oscilar ao redor dele. Neste trabalho, serão considerados intervalos estressados aqueles intervalos nos quais a cotação da moeda brasileira teve grande volatilidade, e seus limites serão os patamares ao redor dos quais a cotação da moeda oscila estavelmente.

Para encontrar estes períodos utilizou-se o gráfico das cotações do real em relação ao dólar, que está mostrado na figura 12, e procurou-se identificar nele situações que tivessem o comportamento descrito anteriormente.

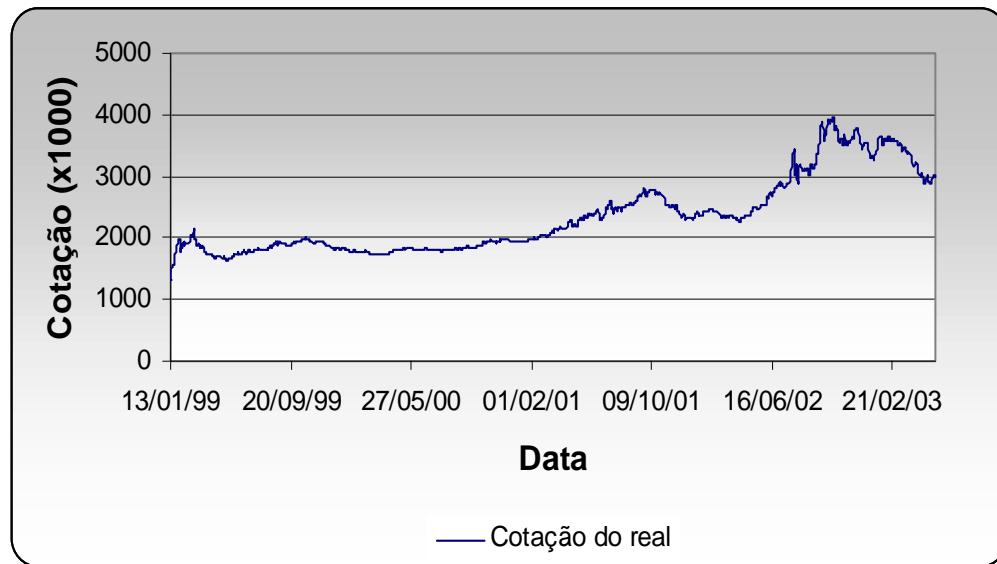


Figura 12: Cotação do real entre 13/01/99 e 22/05/03, elaborada pelo autor

Como se pode observar, são três os momentos que apresentam o tipo de comportamento estressado que se utiliza neste trabalho. O primeiro deles acontece logo nos primeiros pontos do gráfico, grosso modo entre janeiro e março de 1999. O segundo deles tem início aproximadamente em janeiro de 2001 e vai até dezembro de 2001. O último deles abrange o período compreendido entre setembro de 2002 e março de 2003. Estes três momentos serão agora estudados, seus limites serão definidos mais exatamente e será escolhido um entre os três para ser utilizado no desenvolvimento deste trabalho.

O primeiro período encontrado foi o que ia de 13 de janeiro de 1999 até 24 de março de 1999 (os extremos foram definidos analisando-se os valores das cotações da moeda para cada dia). Neste período, a causa do aumento acelerado da cotação da moeda foi a própria mudança de regime cambial. A partir do dia 13 de janeiro, como já foi explicado anteriormente neste texto, o valor da moeda brasileira

passou a variar livremente, então o valor da cotação do real ficou oscilando bruscamente. Este movimento se encerra ao redor do dia 24 de março de 1999, quando a moeda brasileira passa a ser cotada a R\$1,78 por dólar e fica oscilando em torno deste patamar. Após a transformação matemática apresentada anteriormente em (28), estes dados foram inseridos no *MatLab*. Partindo da hipótese de que eles eram originários de uma distribuição Weibull, os coeficientes encontrados juntamente com seus intervalos de confiança estão apresentados na tabela 3.

Tabela 3: Estimação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\delta$ , elaborada pelo autor

Período	Número de dados na amostra	$\alpha$ [ $\alpha_{\min}$ ; $\alpha_{\max}$ ]	$\delta$ [ $\delta_{\min}$ ; $\delta_{\max}$ ]
13/01/99 – 23/03/99	49	568,50 [401,04; 1201,4]	2,2422 [2,0366; 2,4478]
11/07/01 – 10/12/01	105	256,52 [157,52; 295,73]	2,0707 [1,7551; 2,3863]
30/07/02 – 17/01/03	121	658,79 [420,69; 784,47]	2,1989 [1,9318; 2,4662]

Uma vez que os parâmetros para estes dados de entrada foram calculados, fez-se o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov para ver se de fato podia-se assumir que este conjunto de dados formava uma distribuição Weibull. Os resultados do teste estão mostrados na tabela 4.

Tabela 4: Teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, elaborada pelo autor

Período	Número de dados na amostra	Estatística - $D_0$	Limite (95 %)
13/01/99 – 23/03/99	49	0,30224	0,1942
11/07/01 – 10/12/01	105	0,11894	0,1610
30/07/02 – 17/01/03	121	0,1289	0,1500

Como se pode observar pela tabela 4, estes dados não formam uma distribuição Weibull, já que a distribuição que foi obtida pela regressão não respeitou o teste de aderência. Mas, ainda que ela tivesse respeitado, existe mais um ponto que torna menos interessante sua utilização neste trabalho. O número de valores na amostra, 49, é muito pequeno e pode não descrever corretamente o comportamento da cotação da moeda brasileira em relação à americana em uma situação de estresse.

Trabalhou-se então com o segundo conjunto de valores que tinha sido definido a partir da observação do gráfico que está representado na figura 12, que estava compreendido entre janeiro de 2001 e dezembro de 2001. Observando-se os valores da cotação do real dia a dia, optou-se por utilizar como data de início do período do período de estresse o dia 11 de julho de 2001, pois neste dia a cotação do real ultrapassou pela primeira vez o valor de R\$ 2,50. Já como data final do período escolheu-se 10 de dezembro de 2001, pois nesse dia o valor da moeda americana ficou abaixo de R\$ 2,40 pela primeira vez desde 11 de julho e começaria a oscilar em torno deste valor daí por diante. Fazendo a regressão Weibull para estes dados chegou-se aos coeficientes mostrados na tabela 3.

Com base nestes coeficientes pode-se realizar o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov para checar se os valores que foram processados pelo Matlab de fato representam uma distribuição Weibull. Os resultados do teste de aderência estão mostrados na tabela 4.

Como se pode observar, o resultado do teste de Kolmogorov-Smirnov não dá evidências para que a hipótese de que os valores venham de fato de uma distribuição Weibull seja rejeitada. No entanto, antes de se definir estes coeficientes como sendo os que serão utilizados no teste acelerado, será analisado o terceiro conjunto de dados estressados definidos.

Este conjunto de dados contém os valores da cotação do real entre os dias 30 de julho de 2002 e 17 de janeiro de 2003. Neste período, a cotação da moeda brasileira saiu de um patamar de R\$ 3,00 por dólar atingindo picos de R\$ 3,60 por dólar para depois retornar a valores mais baixos, em torno de, novamente, R\$ 3,00 por dólar. O motivo desse aumento de volatilidade foi a aproximação da eleição presidencial em outubro de 2002, que gerou muita insegurança entre os investidores, tanto nacionais quanto internacionais, a respeito do futuro do país.

Após os dados referentes a este período terem sido adequadamente transformados, foi feita a regressão Weibull para se determinar quais eram os parâmetros que melhor modelam aqueles valores, partindo-se da hipótese de que eles vêm de uma distribuição Weibull. Os resultados podem ser vistos na tabela 3. Já os resultados do teste de aderência se encontram na tabela 4.

Após a realização dos testes de aderência, verifica-se que não há motivos para rejeitar a hipótese de que tanto os dados provenientes do período que está contido entre 11 de julho de 2001 e 10 de dezembro de 2001 como os que estão entre 30 de julho de 2002 e 17 de janeiro de 2003 venham de uma distribuição Weibull. Então, teoricamente, poder-se-ia utilizar qualquer um dos dois para servir de base para o experimento acelerado.

No entanto escolheu-se utilizar o terceiro conjunto de dados, aquele que está contido entre os dias 30 de julho de 2002 e 17 de janeiro de 2003. Isto foi feito por dois motivos. O primeiro deles é que o segundo conjunto de dados tem mais elementos do que o primeiro, apresentando 121 dados enquanto aquele tem apenas 104. O fato de ter mais dados torna os parâmetros estimados mais confiáveis.

O segundo motivo é que, analisando-se historicamente os dois momentos, percebe-se que no período que abrange o segundo conjunto de dados houve mais

fatores políticos e econômicos que influenciaram o cenário em relação ao primeiro. Pode-se dizer que o segundo conjunto de dados está mais estressado do que o primeiro. Uma prova disto é que ao se comparar o nível médio do Risco Brasil nos três períodos, o que pode ser feito com o auxílio da tabela 10, nota-se que ele é maior no período contido entre os dias 30 de julho de 2002 e 17 de janeiro de 2003. O desvio padrão referente ao terceiro período também é maior, o que indica que ele possui maior volatilidade, outro indicador de estresse. Por isto ele foi escolhido para dar continuidade ao experimento.

Tabela 5: Níveis de Risco Brasil

Período	Média do Risco Brasil	Desvio Padrão do Risco Brasil
13/01/99 – 23/03/99	1353	151
11/07/01 – 10/12/01	1023	107
30/07/02 – 17/01/03	1782	306

#### 4.4. Escolha dos níveis de estresse

No item anterior definiu-se o intervalo que foi utilizado para estimar os parâmetros que foram usados como base do experimento acelerado. Estes parâmetros estão mostrados na tabela 3.

Para dar continuidade ao experimento foi necessário definir quais eram os níveis que a variável de estresse, ou seja, o Risco Brasil, assumiria. Analisando o histórico do Risco Brasil observa-se que o valor máximo atingido desde que ele começou a ser medido foi de 2443 pontos no dia 27 de setembro de 2002. Optou-se, então, por definir os níveis estressados como sendo 2100, 2400 e 2700 pontos, pois representam situações de estresse factíveis de acontecerem.

Com os parâmetros  $\alpha$  e  $\delta$  definidos para a situação real, era necessário defini-los para as situações de estresse apresentadas acima.

O parâmetro de forma,  $\delta$ , é o mesmo para todas as situações, já o parâmetro de escala  $\alpha$  se transforma em função da variável de estresse de acordo com o modelo exponencial apresentado por (18) no item 3.4 – *Ensaios acelerados*, que será mostrado mais uma vez.

$$\alpha = \exp(a + bZ) \quad (18)$$

Pode-se observar que este modelo introduz mais dois parâmetros que devem ser estimados, os parâmetros  $a$  e  $b$ . E estes dois parâmetros serão constantes para os três níveis de estresse apresentados. Mas, para estimá-los, a única informação a respeito deste modelo que se tem neste primeiro momento são os valores da variável de estresse  $Z$  e do parâmetro de forma  $\alpha$ . Logo, existem infinitas possibilidades de combinações para definir os valores de  $a$  e de  $b$ .

O que se fez então foi o seguinte processo:

- Escolhia-se um valor qualquer de  $a$ ;
- Descobria-se, para aquele valor de  $a$ , o valor do respectivo  $b$ ;
- Determinava-se, para estes valores de  $a$  e de  $b$ , o valor de  $\alpha$  para cada nível de estresse;
- Calculava-se a média e o desvio padrão de cada uma destas distribuições de acordo com (7) e (8) e verificava-se se elas faziam sentido do ponto de vista econômico, ou seja, se o valor que elas apresentavam para a cotação do real era coerente. O par  $(a, b)$  que melhores resultados apresentasse foi aquele que foi escolhido para dar continuidade ao experimento.

A tabela 6 mostra o resultado dos diversos experimentos que foram realizados para a determinação dos parâmetros  $a$  e  $b$ . A coluna  $\alpha_1$  mostra o coeficiente  $\alpha$  calculado para o primeiro nível de estresse. Já a coluna  $\alpha_2$  mostra os valores relativos ao segundo nível a assim sucessivamente. As três últimas colunas mostram a média esperada acompanhada do respectivo desvio padrão para cada um dos níveis de estresse estudado.

Tabela 6: Experimentos para definição de  $a$  e de  $b$ , elaborada pelo autor

Exp	$a$	$b$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\mu_1 \pm \sigma_1^2$	$\mu_2 \pm \sigma_2^2$	$\mu_3 \pm \sigma_3^2$
I	6,3122	0,0001	680,08	700,79	722,13	3489 ± 289	3507 ± 297	3526 ± 307
II	6,1340	0,0002	702,05	745,46	791,56	3509 ± 298	3547 ± 316	3588 ± 336
III	5,9558	0,0003	724,73	792,99	867,66	3529 ± 308	3589 ± 337	3655 ± 368
IV	5,7776	0,0004	748,15	843,54	951,09	3549 ± 318	3634 ± 358	3729 ± 404
V	5,5994	0,0005	772,32	897,31	1042,5	3571 ± 328	3682 ± 381	3810 ± 443
VI	5,4212	0,0006	797,28	954,52	1142,8	3593 ± 338	3732 ± 408	3899 ± 485
<b>VII</b>	<b>5,2430</b>	<b>0,0007</b>	<b>823,04</b>	<b>1015,4</b>	<b>1252,6</b>	<b>3616 ± 349</b>	<b>3886 ± 431</b>	<b>3996 ± 532</b>
VIII	5,0648	0,0008	849,63	1080,1	1373,1	3639 ± 361	3843 ± 459	4103 ± 583
IX	4,8866	0,0009	877,09	1149,0	1505,1	3664 ± 372	3904 ± 488	4220 ± 639
X	4,7084	0,001	905,43	1222,2	1649,8	3689 ± 384	3696 ± 519	4348 ± 701

O par ordenado ( $a$ ,  $b$ ) escolhido foi o que está representado pelo sétimo experimento, ou seja, (5,2430; 0,0007). Para se escolher o par mais coerente utilizou-se o seguinte argumento. Buscou-se, entre os dados reais de cotações da moeda brasileira, um período cuja média dos valores do Risco Brasil foi de 2100 pontos. Depois, calculou-se para este mesmo período o valor médio da cotação do real, que foi de R\$ 3,61 por dólar. Buscou-se então, entre os diversos experimentos realizados,

aquele que tivesse uma média esperada para o primeiro nível de estresse ao redor de 3610, o que aconteceu no sétimo experimento.

Uma vez tendo definido quais eram todos os parâmetros ( $\delta$ ,  $a$  e  $b$ ) que caracterizariam as distribuições Weibull estressadas, o passo seguinte foi gerá-las com o auxílio do programa de computador *Minitab* (versão 13). Para cada experimento, foram gerados 500 valores aleatórios.

Com as três distribuições prontas pode-se fazer a regressão Weibull de acordo com o modelo apresentado na seção 4.6. Para se realizar os cálculos matemáticos relativos à regressão também foi utilizado o programa *Minitab*. Os resultados da regressão estão mostrados na tabela 7.

Tabela 7: Resultado da regressão Weibull, 95% de confiança

Parâmetro	Valor Central	Valor Superior	Valor Inferior
$\hat{a}$	5,2588	5,4250	5,0326
$\hat{b}$	0,00069331	0,00059958	0,00078705
$\hat{\delta}$	2,20731	2,12271	2,29530

Os parâmetros da tabela 7 são aqueles que serão utilizados para se fazer todos os cálculos e estimativas para se definir cenários de estresse para o banco. Antes de se fazer isto, porém, vai-se realizar algumas avaliações para verificar a consistência e confiabilidade destes dados.

Para se realizar estas avaliações, vai-se escolher alguns períodos de tempo do histórico disponível. Vai-se então calcular a média dos valores do Risco Brasil e da cotação do real para os valores constantes nestes períodos. Com o valor do Risco Brasil, vai-se utilizar os parâmetros estimados através da regressão Weibull para definir qual o valor esperado da cotação da moeda brasileira, dentro de um intervalo de confiança. Por fim, este valor esperado será comparado com o valor real da moeda

brasileira para aquela data. Os resultados destas avaliações estão mostrados na tabela 8.

Como se pode observar pelos procedimentos realizados, a estimativa do valor da moeda brasileira em relação à americana pertence ao intervalo de confiança para os valores de Risco Brasil acima de 782 pontos. Isto mostra que o método da regressão Weibull, pelo menos da forma como ele foi utilizado neste trabalho, é mais eficiente para se determinar cenários de estresse quando o Risco Brasil assume valores mais elevados.

Tabela 8: Resultado do teste

Período	Risco Brasil	Valor esperado da cotação do real	Valor real da cotação do real
16/07/03 – 06/08/03	782	R\$ $3,18 \pm 0,14$	R\$ 2,93
26/03/03 – 17/04/03	955	R\$ $3,22 \pm 0,16$	R\$ 3,23
03/01/03 – 17/01/03	1257	R\$ $3,29 \pm 0,19$	R\$ 3,32
03/02/03 – 24/02/03	1314	R\$ $3,31 \pm 0,20$	R\$ 3,59
06/01/02 – 26/11/02	1688	R\$ $3,44 \pm 0,26$	R\$ 3,58

Uma explicação para este fato advém do próprio modelo exponencial que foi assumido para se aplicar o método de regressão. Como se escolheu os níveis da variável de estresse como sendo 2100, 2400 e 2700 pontos, quando se tenta estimar valores muito distantes destes níveis, os resultados acabam sendo deformados. Uma possível maneira de corrigi-los seria realizar novamente o experimento, com um outro conjunto de dados de entrada, que representasse dados menos estressados, e com níveis de estresse menores.

Mais uma consideração sobre este valor que não pertence ao intervalo de confiança deve ser feita. Pela tabela 8 observa-se que o valor esperado do real era R\$  $3,18 \pm 0,14$ , ou seja, fora do valor observado de fato, que foi de R\$ 2,93. Mas existe

entre os operadores do mercado financeiro um consenso de que o valor da moeda brasileira está mais baixo do que deveria estar, por fatores desconhecidos a eles. O que este método pode estar mostrando, na realidade, é que a moeda brasileira está sobrevalorizada em relação ao dólar e que esta situação não perdurará por muito tempo.

## *Criação de um cenário de estresse*

## 5. CRIAÇÃO DE CENÁRIO DE ESTRESSE

Durante este trabalho foi apresentado um método muito utilizado em confiabilidade para, a partir de uma amostra de valores, determinar os parâmetros que caracterizam a distribuição estatística da qual estes valores são provenientes.

Com estes parâmetros é possível chegar à uma solução para o problema proposto no início deste trabalho, que é a determinação de um cenários de estresse para um ativo financeiro. Para se fazer isso, entretanto, ainda serão utilizadas duas equações, que são apresentadas a seguir.

$$\hat{t}_p = \hat{\alpha} \left[ -\ln(1-p) \right]^{\frac{1}{\delta}} \quad (29)$$

$$\hat{p} = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{t_p}{\hat{\alpha}} \right)^{\frac{1}{\delta}} \right], \quad (30)$$

onde  $p$  é o percentil,

$\alpha$  é o coeficiente de escala,

$\delta$  é o coeficiente de forma e

$t$  é o valor da variável resposta.

A equação (29) determina, para os parâmetros da Weibull e para o percentil escolhido qual o maior valor esperado da variável resposta. Já a equação (30) determina, para um determinado valor da variável resposta qual o percentil máximo dentro do qual este valor poderá ser encontrado. Com estes dois dados, pode-se construir um cenário de estresse.

Neste trabalho, a título de exemplificação, serão construídos dois cenários de estresse para a cotação do real, um com Risco Brasil no valor de 1500 pontos e outro com o Risco Brasil valendo 3000 pontos. O primeiro cenário está mostrado nas tabelas 9 e 10.

Este cenário de estresse foi construído da seguinte maneira. Primeiro, definiram-se diversos degraus de percentis e, com a utilização da equação (29), determinou-se quais seriam os valores máximos que a moeda brasileira atingiria em relação ao dólar para o Risco Brasil no valor de 1500 pontos. Isto está mostrado na tabela 9.

O cenário mostrado na tabela 9 deve ser compreendido da seguinte maneira: quando o Risco Brasil estiver valendo 1500, 10% dos valores da cotação do real observados no período de tempo considerado estarão abaixo de R\$ 2,97, 20% estarão abaixo de R\$ 3,05 e assim sucessivamente.

Uma outra maneira de se montar um cenário de estresse está apresentada na tabela 10.

A tabela 10 foi montada com o auxílio da equação (30) da seguinte maneira: determinava-se um valor para a cotação do real e descobria-se, a partir dele qual era o percentil no qual ele se enquadrava. Esta tabela deve ser compreendida da seguinte maneira: quando o Risco Brasil estiver valendo 1500 pontos a probabilidade de que uma cotação do real observada no período seja inferior a R\$ 2,90 é de 0,08%, a probabilidade de que uma cotação seja inferior a R\$ 3,00 é de 3,60% e assim sucessivamente.

Foi construído também o cenário de estresse para o Risco Brasil valendo 3000 pontos, que está apresentado nas tabelas 9 e 11.

Tabela 9: Determinação do valor do real com percentil dado, elaborada pelo autor

Percentil	Risco Brasil 1500	Risco Brasil 3000
	pontos	pontos
Valor do Real	Valor do Real	
1%	2,84	2,97
5%	2,92	3,18
10%	2,97	3,33
20%	3,05	3,56
30%	3,12	3,74
40%	3,18	3,91
50%	3,24	4,08
60%	3,30	4,26
70%	3,37	4,45
80%	3,45	4,69
90%	3,57	5,02
95%	3,67	5,31
99%	3,86	5,85

Tabela 10: Determinação do percentil com valor do real dado, para Risco Brasil valendo 1500 pontos, elaborada pelo autor

Valor do Real	Percentil
2,90	0,08%
3,00	3,60%
3,10	12,89%
3,20	26,93%
3,30	43,46%
3,40	59,83%
3,50	73,90%
3,60	84,54%
3,70	91,68%
3,80	95,94%
3,90	98,21%
4,00	99,29%
4,10	99,74%

Tabela 11: Determinação do percentil com valor do real dado, para Risco Brasil valendo 3000 pontos, elaborada pelo autor

Valor do Real	Percentil
2,90	0,01%
3,10	1,38%
3,30	5,58%
3,50	12,65%
3,70	22,15%
3,90	33,30%
4,10	45,17%
4,30	56,82%
4,50	67,47%
4,70	76,58%
4,90	83,91%
5,10	89,46%
5,30	93,42%

## *Conclusão*

## 6. CONCLUSÃO

O que se fez neste trabalho foi adaptar um método muito utilizado em confiabilidade, que é a realização de testes acelerados para se determinar a vida útil de um objeto em estudo, para o mercado financeiro. E é neste ponto que reside o mérito do trabalho: utilizar um método bastante conhecido em Engenharia de Produção em uma área que, em princípio, não tem relação com a mesma.

Diversas adaptações tiveram que ser feitas para se chegar ao resultado esperado. A que mais chama a atenção foi a mudança na realização do experimento propriamente dito. Como era impossível colher uma amostra do produto e deixá-lo sob a ação das variáveis de estresse, foi necessário transformar o experimento. Ele foi, na realidade, uma geração aleatória de valores.

Outra mudança importante é que, em confiabilidade, o dado que mais se procura ao final do processo é o valor da variável resposta sob condições normais. Neste trabalho, o objetivo era descobrir quais eram os valores esperados da variável resposta, não em condições normais, mas sim em situações nas quais a variável de estresse apresentasse valores mais elevados.

Outro ponto interessante de ser observado é o comportamento da distribuição Weibull. Imaginava-se que ela representaria bem distribuições que tivessem concentrações maiores de valores extremos, e isto foi confirmado quando se aplicava o teste de Kolmogorov-Smirnov para os dados de mercado.

Deve-se ressaltar também que o resultado final obtido para valores da variável de estresse mais baixos aparenta não estar correto, segundo testes realizados no capítulo 4. Uma possível solução para este problema seria, ao invés de se utilizar dados estressados para serem usados como base deste experimento, como foi feito neste trabalho, utilizar dados de períodos nos quais a variável de estresse tivesse valores menores.

Outra solução plausível seria substituir o modelo de regressão. Neste trabalho utilizou-se o modelo exponencial, que tende a apresentar menores variações para os valores mais baixos da variável de estresse. Se outro modelo tivesse sido

utilizado, como por exemplo o linear, talvez fossem obtidos resultados menores para estes patamares de valores da variável de estresse.

De maneira geral, pode-se dizer que foi obtido sucesso na resolução do problema apresentado, que era, a partir de um método utilizado em confiabilidade, determinar cenários de estresse para ativos financeiros.

Deve-se ressaltar neste momento quais foram os ganhos advindos com a utilização deste método. O primeiro deles é que agora existe um modelo matemático para se calcular os cenários de estresse, o que não havia antes. Desta maneira, existe maior certeza para a tomada de decisões.

Outro fator importante é que, para se definir quais são os possíveis cenários de estresse para a cotação do real em relação ao dólar utiliza-se uma variável que é realmente independente, ou seja, não existe nenhum operador que sozinho seja capaz de alterar seu valor.

Um outro ponto de bastante relevância é o fato de que se pode utilizar este método facilmente para a construção de cenários de estresse com outras variáveis, dada a sua simplicidade. Basta que se determine qual é a variável do mercado financeiro de interesse. Uma vez que isto tenha sido feito, se determina quais são as variáveis de estresse relacionadas. Após isso, se procura valores históricos para estas variáveis e se realiza o experimento.

Um ponto interessante para estudos futuros seria complementar o modelo utilizado para que ele leve em consideração não apenas uma variável de estresse. Como se sabe, são diversos os fatores que influenciam uma variável macroeconômica, desta forma, se fosse possível utilizar um modelo que levasse todas elas em consideração, o resultado seria sem dúvida mais confiável.

Para o exemplo que foi tratado neste texto, um modelo mais completo poderia ser um que utilizasse além do Risco Brasil, as taxas de juros e a variação de crescimento do produto interno bruto do país, o PIB.

Finalmente, deve-se citar mais uma vez que o maior mérito deste trabalho foi utilizar uma ferramenta largamente conhecida em Engenharia de Produção, no

ramo da confiabilidade, a regressão Weibull e os testes acelerados, para resolver um problema relativo ao mercado financeiro.

## *Bibliografia*

---

## BIBLIOGRAFIA

MOOD, Alexander M.; GRAYBILL, Franklin A.; BOES, Duane C. **Introduction to the theory of statistics.** 3<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, McGraw Hill, 1974.

NELSON, Wayne. **Accelerated testing: statistical models, test plans and data analyses.** 1<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, Wiley-Interscience, 1990.

LAWLESS, Jerald F. **Statistical models and methods for lifetime data.** 2<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, John Willey Professional, 2002.

HOYLAND, Arnljot; RAUSAND, Marvin. **System reliability theory: models and statistical methods.** 1<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, Wiley-Interscience, 1994.

CHAKRAVARTI, I. M.; LAHA, R. G.; ROY, J. **Methods of applied statistics.** 1<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, Wiley, 1967.

BAIN, L. J.; ENGELHARDT, M. **Statistical analysis of reliability and life-testing models: theory and models.** 2<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, Marcel Decker, 1991.

COSTA NETO, Pedro Luiz de Oliveira. **Estatística.** 2<sup>a</sup> edição, São Paulo, Edgard Blucher, 2002.

HULL, John C. **Option, futures and other derivatives securities.** 3<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, Prentice Hall, 1993.

DANTAS; Anne Elisa Tremocoldi. **Uso de teoria dos valores extremos no desenvolvimento de uma ferramenta auxiliar para análises de risco de mercado.** São Paulo, Trabalho de Formatura – Departamento de Engenharia de Produção da escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002.

JORION, Philippe. **Value at risk: the new benchmark for controlling risk.** 4<sup>a</sup> edição, Nova Iorque, The McGraw-Hill Book Company, 1997.

FREITAS, Marta Afonso; COLOSIMO, Enrico Antônio. **Confiabilidade: análise de tempo de falha e testes de vida acelerados.** Belo Horizonte, Christiano Ottoni

## *Anexos*



## ANEXOS

Valores da cotação do real e do Risco Brasil utilizados neste trabalho

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
04/01/99	1191	1207,8	10/03/99	1241	1863,1	17/05/99	893	1667
05/01/99	1133	1208,5	11/03/99	1230	1878,4	18/05/99	920	1665,9
06/01/99	1196	1209,6	12/03/99	1246	1905,1	19/05/99	983	1663,6
07/01/99	1225	1210,1	15/03/99	1184	1882,5	20/05/99	1010	1683,4
08/01/99	1287	1210,4	16/03/99	1190	1852,1	21/05/99	1067	1696,3
11/01/99	1378	1210,9	17/03/99	1194	1877,7	24/05/99	1119	1698,5
12/01/99	1527	1211,4	18/03/99	1145	1859,6	25/05/99	1096	1748
13/01/99	1695	1319,3	19/03/99	1144	1850,7	26/05/99	1017	1718,6
14/01/99	1770	1319,4	22/03/99	1146	1861,5	27/05/99	1055	1713,7
15/01/99	1398	1465,9	23/03/99	1181	1851,6	28/05/99	1058	1731,1
18/01/99	1338	1538,4	24/03/99	1180	1842,8	01/06/99	1052	1733,6
19/01/99	1323	1558	25/03/99	1141	1810	02/06/99	1041	1754,2
20/01/99	1292	1573,5	26/03/99	1127	1775	04/06/99	1019	1736,5
21/01/99	1488	1660,2	29/03/99	1064	1765,5	07/06/99	1001	1741,2
22/01/99	1607	1704,9	30/03/99	1050	1733,4	08/06/99	1008	1747,9
25/01/99	1723	1760,6	31/03/99	1050	1722	09/06/99	1032	1749,1
26/01/99	1588	1877	05/04/99	978	1725,1	10/06/99	1035	1759,7
27/01/99	1635	1888,6	06/04/99	992	1731,4	11/06/99	1042	1773
28/01/99	1536	1920,6	07/04/99	952	1729,5	14/06/99	1024	1778,3
29/01/99	1507	1983,2	08/04/99	952	1720,6	15/06/99	995	1789,2
01/02/99	1371	1963,8	09/04/99	963	1709	16/06/99	960	1767,5
02/02/99	1318	1798	12/04/99	909	1705,4	17/06/99	949	1760,5
03/02/99	1305	1770,9	13/04/99	889	1672	18/06/99	947	1748,5
04/02/99	1330	1814	14/04/99	883	1657,5	21/06/99	924	1763,6
05/02/99	1355	1831,7	15/04/99	891	1668,8	22/06/99	958	1768,8
08/02/99	1377	1860,9	16/04/99	836	1670	23/06/99	960	1784,8
09/02/99	1378	1933,3	19/04/99	839	1672,1	24/06/99	975	1800,3
10/02/99	1324	1895,3	20/04/99	869	1710,1	25/06/99	1028	1790,4
11/02/99	1300	1886,8	22/04/99	865	1701,4	28/06/99	1015	1790
12/02/99	1288	1898,4	23/04/99	872	1685,1	29/06/99	988	1767,2
17/02/99	1246	1917,9	26/04/99	878	1697,8	30/06/99	951	1769,5
18/02/99	1249	1902,9	27/04/99	908	1706,9	01/07/99	963	1757,5
19/02/99	1259	1920,8	28/04/99	893	1696,3	02/07/99	976	1770,6
22/02/99	1270	1935,6	29/04/99	869	1667,6	05/07/99	972	1766,3
23/02/99	1290	2012,8	30/04/99	850	1660,7	06/07/99	963	1775,4
24/02/99	1287	2003,3	03/05/99	831	1673,5	07/07/99	970	1781,5
25/02/99	1333	2035,1	04/05/99	863	1673,4	08/07/99	1029	1791,1
26/02/99	1331	2064,8	05/05/99	875	1684,7	09/07/99	1053	1804,4
01/03/99	1349	2028,4	06/05/99	879	1672,9	12/07/99	1090	1819
02/03/99	1450	2130,8	07/05/99	839	1671,2	13/07/99	1093	1839,2
03/03/99	1436	2164,7	10/05/99	848	1651,8	14/07/99	1083	1810,9
04/03/99	1389	2102,2	11/05/99	870	1646,8	15/07/99	1077	1828,1
05/03/99	1321	1993,4	12/05/99	875	1661,4	16/07/99	1075	1810,7
08/03/99	1305	1970,8	13/05/99	880	1651	19/07/99	1060	1792,9
09/03/99	1297	1905,6	14/05/99	902	1657	20/07/99	1095	1798,2

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
21/07/99	1083	1817,1	30/09/99	1026	1922,3	14/12/99	689	1846,3
22/07/99	1085	1817,1	01/10/99	1013	1956,5	15/12/99	674	1850,1
23/07/99	1091	1814,7	04/10/99	983	1938,8	16/12/99	656	1840,7
26/07/99	1104	1820,3	05/10/99	991	1952,5	17/12/99	655	1817,8
27/07/99	1089	1817,3	06/10/99	967	1960	20/12/99	643	1804,8
28/07/99	1076	1791,5	07/10/99	948	1933,9	21/12/99	639	1823,4
29/07/99	1066	1793,9	08/10/99	927	1943	22/12/99	643	1820,4
30/07/99	1064	1789,2	11/10/99	926	1955	23/12/99	640	1828,6
02/08/99	1095	1811,5	13/10/99	966	1958,7	24/12/99	641	1829
03/08/99	1097	1827,8	14/10/99	949	1964,8	27/12/99	643	1826,7
04/08/99	1107	1821,7	15/10/99	988	1979,4	28/12/99	642	1828,9
05/08/99	1081	1847,6	18/10/99	969	1982,9	29/12/99	645	1817
06/08/99	1125	1849,3	19/10/99	939	1993,3	30/12/99	640	1789
09/08/99	1119	1845,4	20/10/99	908	2002,5	31/12/99	636	1789
10/08/99	1130	1872,9	21/10/99	902	1993,6	03/01/00	626	1801,1
11/08/99	1110	1863	22/10/99	879	1983,4	04/01/00	675	1833,7
12/08/99	1105	1851,1	25/10/99	884	1977,7	05/01/00	677	1854,4
13/08/99	1094	1871,1	26/10/99	866	1986,9	06/01/00	688	1846,1
16/08/99	1087	1876,8	27/10/99	881	1995,4	07/01/00	677	1828,1
17/08/99	1083	1882	28/10/99	866	1978,9	10/01/00	668	1816,1
18/08/99	1116	1892,7	29/10/99	868	1953	11/01/00	698	1821,9
19/08/99	1156	1917,1	01/11/99	838	1943,1	12/01/00	708	1831,4
20/08/99	1142	1949,7	03/11/99	818	1941,4	13/01/00	702	1819,3
23/08/99	1133	1870,6	04/11/99	804	1929,5	14/01/00	693	1799,7
24/08/99	1140	1902,6	05/11/99	813	1915,5	18/01/00	687	1792,4
25/08/99	1123	1931,1	08/11/99	779	1926,6	19/01/00	683	1798,4
26/08/99	1130	1908,7	09/11/99	775	1924,1	20/01/00	687	1780,1
27/08/99	1115	1924,3	10/11/99	772	1934,8	21/01/00	685	1778,4
30/08/99	1128	1943,6	11/11/99	779	1928,8	24/01/00	688	1765,2
31/08/99	1108	1915,9	12/11/99	765	1933,1	25/01/00	706	1774,1
01/09/99	1098	1921,7	16/11/99	758	1933,1	26/01/00	703	1776,9
02/09/99	1085	1924,4	17/11/99	786	1932,7	27/01/00	706	1775,3
03/09/99	1086	1904	18/11/99	791	1929	28/01/00	750	1787,5
06/09/99	1077	1905,9	19/11/99	801	1931,3	31/01/00	758	1802,4
08/09/99	1042	1898,3	22/11/99	798	1932,2	01/02/00	756	1793,2
09/09/99	1009	1873,5	23/11/99	788	1932,8	02/02/00	763	1790
10/09/99	997	1862,1	24/11/99	785	1929,5	03/02/00	772	1777,9
13/09/99	994	1882,2	25/11/99	783	1930	04/02/00	719	1778,5
14/09/99	992	1892,3	26/11/99	779	1926,3	07/02/00	691	1765,9
15/09/99	1002	1877,9	29/11/99	782	1921,3	08/02/00	677	1765,4
16/09/99	1009	1879,4	30/11/99	810	1922,7	09/02/00	683	1763,2
17/09/99	988	1886,1	01/12/99	805	1922,1	10/02/00	668	1769,5
20/09/99	976	1874,5	02/12/99	791	1895	11/02/00	673	1764,7
21/09/99	1000	1879,1	03/12/99	761	1877,4	14/02/00	686	1769,9
22/09/99	994	1890,6	06/12/99	761	1866,9	15/02/00	680	1776,4
23/09/99	1014	1891,4	07/12/99	761	1859,4	16/02/00	691	1773,2
24/09/99	1015	1914,4	08/12/99	759	1862,7	17/02/00	689	1774
27/09/99	988	1917,4	09/12/99	756	1866,8	18/02/00	707	1770,5
28/09/99	991	1939,3	10/12/99	732	1866,7	22/02/00	727	1782,5
29/09/99	978	1922,4	13/12/99	692	1856,4	23/02/00	699	1788,6

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
24/02/00	716	1777,9	10/05/00	835	1816,9	21/07/00	702	1792,1
25/02/00	702	1774,1	11/05/00	823	1816,2	24/07/00	695	1795,6
28/02/00	694	1778,8	12/05/00	838	1826,6	25/07/00	699	1789,8
29/02/00	688	1768,5	15/05/00	823	1838,2	26/07/00	705	1792,5
01/03/00	685	1767,8	16/05/00	826	1819,8	27/07/00	716	1784,7
02/03/00	665	1760	17/05/00	815	1829,2	28/07/00	716	1782,8
03/03/00	647	1751,1	18/05/00	809	1830,5	31/07/00	712	1774,8
08/03/00	638	1749,8	19/05/00	833	1845,4	01/08/00	719	1788
09/03/00	638	1734,3	22/05/00	854	1846,8	02/08/00	708	1791,6
10/03/00	643	1738,6	23/05/00	839	1853,7	03/08/00	701	1807,9
13/03/00	663	1750,2	24/05/00	831	1853,7	04/08/00	700	1791,9
14/03/00	663	1737,2	25/05/00	821	1839,2	07/08/00	694	1796,1
15/03/00	680	1743,1	26/05/00	823	1845,5	08/08/00	697	1799,2
16/03/00	665	1735,7	30/05/00	797	1830,5	09/08/00	692	1795
17/03/00	657	1740,7	31/05/00	792	1826,6	10/08/00	698	1796,2
20/03/00	658	1738,8	01/06/00	770	1820,2	11/08/00	678	1795,9
21/03/00	651	1738,1	02/06/00	731	1810,4	14/08/00	672	1802,1
22/03/00	633	1730,5	05/06/00	743	1793,3	15/08/00	675	1805,6
23/03/00	650	1724,2	06/06/00	741	1789,9	16/08/00	689	1807
24/03/00	633	1723,4	07/06/00	730	1803,6	17/08/00	672	1809,6
27/03/00	630	1736,2	08/06/00	725	1794,8	18/08/00	685	1817,4
28/03/00	632	1745,6	09/06/00	711	1799,9	21/08/00	694	1819,9
29/03/00	643	1737,9	12/06/00	718	1804	22/08/00	679	1816,9
30/03/00	679	1752,2	13/06/00	706	1810	23/08/00	680	1818,6
31/03/00	679	1747,3	14/06/00	708	1810,7	24/08/00	674	1820,4
03/04/00	695	1740,7	15/06/00	719	1807,9	25/08/00	664	1821,3
04/04/00	722	1742,5	16/06/00	723	1807,3	28/08/00	663	1827,7
05/04/00	736	1753,2	19/06/00	719	1803	29/08/00	661	1834,9
06/04/00	726	1742,3	20/06/00	715	1799,1	30/08/00	660	1825,9
07/04/00	730	1743,9	21/06/00	706	1812,1	31/08/00	672	1823,4
10/04/00	735	1738,7	23/06/00	725	1820,3	01/09/00	663	1821,8
11/04/00	739	1744,8	26/06/00	722	1828,2	04/09/00	665	1825,5
12/04/00	739	1747,1	27/06/00	716	1823,5	05/09/00	669	1829,4
13/04/00	754	1763,3	28/06/00	709	1819,5	06/09/00	662	1820,7
14/04/00	780	1783,3	29/06/00	719	1817,2	08/09/00	675	1822,4
17/04/00	801	1787,3	30/06/00	722	1800	11/09/00	679	1819,9
18/04/00	772	1769,6	03/07/00	705	1808	12/09/00	689	1827,9
19/04/00	766	1766,2	04/07/00	706	1812,1	13/09/00	696	1832
20/04/00	764	1778,4	05/07/00	694	1804,7	14/09/00	693	1831,7
24/04/00	784	1791,6	06/07/00	694	1797	15/09/00	702	1843,8
25/04/00	741	1788,8	07/07/00	697	1797,2	18/09/00	727	1855,8
26/04/00	751	1798,5	10/07/00	698	1800,6	19/09/00	717	1853,8
27/04/00	753	1808,3	11/07/00	710	1797,2	20/09/00	730	1854,6
28/04/00	742	1806,7	12/07/00	705	1803,4	21/09/00	726	1851,7
02/05/00	736	1800,8	13/07/00	709	1810,4	22/09/00	723	1859,4
03/05/00	770	1816,2	14/07/00	705	1810,6	25/09/00	716	1842
04/05/00	782	1814,4	17/07/00	700	1797,9	26/09/00	721	1850,6
05/05/00	795	1811,8	18/07/00	699	1797	27/09/00	711	1849,2
08/05/00	810	1805,8	19/07/00	710	1804,4	28/09/00	705	1847,9
09/05/00	809	1807,9	20/07/00	704	1801,5	29/09/00	705	1843,7

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
02/10/00	714	1848,3	14/12/00	778	1963,5	28/02/01	753	2045,2
03/10/00	694	1849,8	15/12/00	781	1967,8	01/03/01	742	2042,8
04/10/00	687	1852,9	18/12/00	779	1953,9	02/03/01	729	2035,5
05/10/00	687	1850,1	19/12/00	761	1955,6	05/03/01	718	2023,2
06/10/00	701	1852	20/12/00	778	1955,9	06/03/01	714	2020,8
09/10/00	704	1857,4	21/12/00	773	1957,8	07/03/01	713	2039,1
10/10/00	701	1854,1	22/12/00	765	1952,4	08/03/01	721	2038,5
11/10/00	712	1860,3	26/12/00	760	1957,8	09/03/01	714	2059,9
13/10/00	744	1876,4	27/12/00	754	1960,8	12/03/01	728	2055,2
16/10/00	742	1870,4	28/12/00	744	1955,4	13/03/01	734	2062,2
17/10/00	776	1866,7	29/12/00	749	1955,4	14/03/01	744	2076,3
18/10/00	779	1879,5	02/01/01	762	1938,4	15/03/01	758	2086,4
19/10/00	772	1871,4	03/01/01	738	1942,2	16/03/01	775	2121,7
20/10/00	771	1879,6	04/01/01	737	1935,7	19/03/01	797	2127,7
23/10/00	791	1891,8	05/01/01	740	1948,4	20/03/01	790	2092,9
24/10/00	792	1898,1	08/01/01	751	1952,4	21/03/01	785	2100
25/10/00	807	1928,2	09/01/01	750	1944,1	22/03/01	831	2141,9
26/10/00	811	1934	10/01/01	748	1942,9	23/03/01	853	2158,6
27/10/00	792	1924	11/01/01	739	1946,3	26/03/01	810	2137,3
30/10/00	776	1918,4	12/01/01	728	1950,8	27/03/01	788	2123,6
31/10/00	758	1909	15/01/01	723	1947,5	28/03/01	788	2117
01/11/00	772	1909,9	16/01/01	732	1951,6	29/03/01	808	2136,9
03/11/00	775	1928,6	17/01/01	729	1950,1	30/03/01	814	2161,6
06/11/00	776	1946,2	18/01/01	726	1952,7	02/04/01	810	2158,4
07/11/00	799	1957,3	19/01/01	717	1955,3	03/04/01	813	2173,2
08/11/00	818	1950,3	22/01/01	708	1957,1	04/04/01	807	2163,2
09/11/00	833	1968,3	23/01/01	697	1958,6	05/04/01	793	2158,9
10/11/00	812	1956,6	24/01/01	694	1959,5	06/04/01	792	2152,1
13/11/00	810	1957,9	25/01/01	699	1973,8	09/04/01	774	2164,2
14/11/00	800	1944,1	26/01/01	683	1974	10/04/01	764	2142,2
16/11/00	792	1948,6	29/01/01	668	1975,3	11/04/01	761	2138,4
17/11/00	794	1960,9	30/01/01	680	1971,4	12/04/01	761	2157,3
20/11/00	776	1936,5	31/01/01	677	1971,1	16/04/01	786	2182,5
21/11/00	775	1910	01/02/01	687	1973,9	17/04/01	784	2188,8
22/11/00	798	1932,2	02/02/01	687	1993,4	18/04/01	780	2175
23/11/00	795	1941,3	05/02/01	702	1994,5	19/04/01	800	2188,2
24/11/00	796	1956	06/02/01	693	1998	20/04/01	839	2236,4
27/11/00	794	1957,1	07/02/01	700	2004,5	23/04/01	898	2258,6
28/11/00	808	1977,8	08/02/01	689	1995,9	24/04/01	880	2253,8
29/11/00	800	1961	09/02/01	696	1988,4	25/04/01	864	2301,1
30/11/00	829	1959,6	12/02/01	694	1981,3	26/04/01	853	2254,1
01/12/00	810	1979,5	13/02/01	693	1980,3	27/04/01	810	2218
04/12/00	810	1984,7	14/02/01	689	1989,4	30/04/01	821	2184,7
05/12/00	794	1964,8	15/02/01	680	1981,2	02/05/01	837	2223,9
06/12/00	789	1965,7	16/02/01	692	1994	03/05/01	824	2235,3
07/12/00	782	1969,8	19/02/01	698	2002,7	04/05/01	812	2218,7
08/12/00	763	1969,5	20/02/01	715	2006,3	07/05/01	812	2195,7
11/12/00	759	1964,8	21/02/01	735	2024	08/05/01	819	2231,9
12/12/00	768	1967,6	22/02/01	728	2036,8	09/05/01	833	2258,6
13/12/00	771	1962,3	23/02/01	731	2043,6	10/05/01	827	2269,5

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
11/05/01	836	2286,3	24/07/01	932	2424,7	05/10/01	1246	2754
14/05/01	859	2306,2	25/07/01	916	2491,4	08/10/01	1256	2782,8
15/05/01	856	2338,4	26/07/01	959	2483,6	09/10/01	1232	2779,7
16/05/01	830	2321,9	27/07/01	975	2497,1	10/10/01	1188	2778,4
17/05/01	827	2303,6	30/07/01	972	2433,4	11/10/01	1172	2779,9
18/05/01	820	2294,1	31/07/01	972	2431,3	15/10/01	1163	2779
21/05/01	817	2327,8	01/08/01	975	2493,5	16/10/01	1136	2752,6
22/05/01	817	2306,2	02/08/01	949	2487,7	17/10/01	1119	2721,1
23/05/01	834	2342,7	03/08/01	954	2488,4	18/10/01	1129	2742,5
24/05/01	836	2349,4	06/08/01	928	2469	19/10/01	1094	2757,3
25/05/01	853	2340,3	07/08/01	925	2446,3	22/10/01	1074	2717,6
29/05/01	858	2342,5	08/08/01	904	2470,4	23/10/01	1090	2716,8
30/05/01	860	2359,6	09/08/01	920	2466,8	24/10/01	1105	2743,8
31/05/01	857	2360	10/08/01	912	2484,2	25/10/01	1119	2742,8
01/06/01	860	2383,3	13/08/01	927	2491	26/10/01	1129	2729
04/06/01	828	2362,9	14/08/01	943	2514	29/10/01	1191	2724,6
05/06/01	804	2389,5	15/08/01	937	2500,5	30/10/01	1180	2723,1
06/06/01	822	2382,1	16/08/01	932	2487,7	31/10/01	1179	2707,1
07/06/01	803	2388	17/08/01	982	2523,5	01/11/01	1191	2682
08/06/01	794	2361,9	20/08/01	989	2530,6	05/11/01	1138	2620,8
11/06/01	794	2372,2	21/08/01	1010	2535,3	06/11/01	1123	2600,3
12/06/01	810	2390,6	22/08/01	939	2523,1	07/11/01	1083	2605,5
13/06/01	825	2407,8	23/08/01	943	2528,2	08/11/01	1054	2557,1
15/06/01	842	2407,9	24/08/01	946	2550	09/11/01	1054	2534,7
18/06/01	893	2458,6	27/08/01	953	2558,5	12/11/01	1074	2550,2
19/06/01	878	2467,5	28/08/01	941	2556,4	13/11/01	1010	2527
20/06/01	865	2474,8	29/08/01	933	2547,4	14/11/01	988	2529,9
21/06/01	843	2405,4	30/08/01	950	2540,3	16/11/01	957	2539,2
22/06/01	836	2329,6	31/08/01	952	2551,7	19/11/01	919	2515,4
25/06/01	829	2299,7	04/09/01	923	2564,2	20/11/01	925	2535
26/06/01	835	2313,9	05/09/01	931	2566,9	21/11/01	915	2541,1
27/06/01	847	2323,6	06/09/01	955	2592,7	22/11/01	923	2538,3
28/06/01	844	2292,3	10/09/01	972	2601,3	23/11/01	907	2513,4
29/06/01	841	2304,9	11/09/01	961	2636,9	26/11/01	875	2489,4
02/07/01	853	2324,9	13/09/01	1025	2697,8	27/11/01	894	2460,4
03/07/01	852	2339,5	14/09/01	1084	2698,6	28/11/01	928	2485,7
04/07/01	869	2390,7	17/09/01	1090	2667,9	29/11/01	983	2507,2
05/07/01	894	2411,3	18/09/01	1073	2679,3	30/11/01	978	2528,7
06/07/01	889	2494,3	19/09/01	1076	2706,5	03/12/01	928	2467,2
09/07/01	887	2454,8	20/09/01	1102	2732,2	04/12/01	912	2428,9
10/07/01	903	2480,2	21/09/01	1151	2800,7	05/12/01	885	2430,6
11/07/01	972	2530	24/09/01	1145	2767,5	06/12/01	895	2443,5
12/07/01	1028	2542,3	25/09/01	1152	2713,3	07/12/01	878	2400,5
13/07/01	999	2553,8	26/09/01	1188	2726,4	10/12/01	874	2357,9
16/07/01	1004	2597,9	27/09/01	1183	2705	11/12/01	875	2341,7
17/07/01	940	2530,4	28/09/01	1163	2671,3	12/12/01	856	2355,1
18/07/01	980	2469,6	01/10/01	1191	2686,6	13/12/01	864	2384,7
19/07/01	975	2503,2	02/10/01	1192	2703,8	14/12/01	860	2384
20/07/01	944	2457,3	03/10/01	1215	2728,7	17/12/01	878	2358
23/07/01	921	2410,8	04/10/01	1241	2732,6	18/12/01	874	2343

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
19/12/01	887	2293	05/03/02	759	2325,1	16/05/02	905	2479,9
20/12/01	904	2320,2	06/03/02	766	2352	17/05/02	919	2476,3
21/12/01	892	2331,1	07/03/02	767	2366,3	20/05/02	928	2473,7
24/12/01	898	2337,8	08/03/02	743	2358,2	21/05/02	940	2478,7
26/12/01	896	2314,5	11/03/02	740	2348,7	22/05/02	959	2501,6
27/12/01	884	2321,5	12/03/02	727	2349,6	23/05/02	972	2529,6
28/12/01	859	2320,4	13/03/02	717	2336,8	24/05/02	990	2524
31/12/01	870	2320,4	14/03/02	698	2344,1	28/05/02	984	2524,8
02/01/02	824	2306,6	15/03/02	703	2354,2	29/05/02	979	2520,1
03/01/02	805	2293,2	18/03/02	705	2340,6	31/05/02	976	2522
04/01/02	806	2310,1	19/03/02	705	2343,2	03/06/02	1006	2541,3
07/01/02	820	2342,8	20/03/02	698	2338	04/06/02	1072	2569,7
08/01/02	826	2345,4	21/03/02	718	2347,5	05/06/02	1127	2608,6
09/01/02	841	2379,4	22/03/02	728	2350,8	06/06/02	1199	2641,8
10/01/02	857	2389,6	25/03/02	731	2364,1	07/06/02	1181	2670,8
11/01/02	874	2416,8	26/03/02	725	2350,2	10/06/02	1144	2636,7
14/01/02	869	2407,2	27/03/02	725	2337,1	11/06/02	1208	2666,4
15/01/02	863	2370,5	28/03/02	717	2323,6	12/06/02	1296	2748,6
16/01/02	867	2386,7	01/04/02	718	2322	13/06/02	1237	2692,2
17/01/02	853	2364,1	02/04/02	720	2302,2	14/06/02	1315	2718,1
18/01/02	839	2375,2	03/04/02	728	2297,7	17/06/02	1250	2682,3
21/01/02	842	2374,2	04/04/02	733	2311,8	18/06/02	1313	2670
22/01/02	828	2366,7	05/04/02	737	2292,4	19/06/02	1382	2703
23/01/02	817	2380,4	08/04/02	744	2290,7	20/06/02	1593	2750,5
24/01/02	827	2398,1	09/04/02	746	2284,2	21/06/02	1706	2791
25/01/02	828	2404,6	10/04/02	746	2272,8	24/06/02	1524	2826,9
28/01/02	833	2422,8	11/04/02	738	2270,9	25/06/02	1631	2799,5
29/01/02	856	2423,4	12/04/02	722	2298,8	26/06/02	1709	2858,4
30/01/02	858	2438,4	15/04/02	748	2318	27/06/02	1599	2859,3
31/01/02	865	2418,3	16/04/02	732	2317,2	28/06/02	1527	2844,4
01/02/02	881	2416,1	17/04/02	733	2316,5	01/07/02	1599	2859,5
04/02/02	890	2422,8	18/04/02	740	2332,7	02/07/02	1682	2914,1
05/02/02	876	2421,4	19/04/02	741	2326,9	03/07/02	1727	2861,7
06/02/02	869	2420,6	22/04/02	751	2334,7	05/07/02	1715	2874,6
07/02/02	884	2451,8	23/04/02	772	2348,7	08/07/02	1687	2871,1
08/02/02	885	2469,1	24/04/02	783	2356,8	09/07/02	1610	2855,1
13/02/02	828	2423,2	25/04/02	794	2366,6	10/07/02	1630	2854,1
14/02/02	836	2424,9	26/04/02	815	2355,8	11/07/02	1548	2823,2
15/02/02	843	2438	29/04/02	825	2368,9	12/07/02	1514	2814,7
18/02/02	842	2428,4	30/04/02	857	2362,5	15/07/02	1546	2845,5
19/02/02	836	2424,9	02/05/02	883	2377	16/07/02	1554	2867,1
20/02/02	821	2428,4	03/05/02	879	2414,9	17/07/02	1551	2878,3
21/02/02	829	2424,1	06/05/02	906	2432,7	18/07/02	1510	2877,2
22/02/02	824	2427,3	07/05/02	906	2417,4	19/07/02	1550	2867,1
25/02/02	808	2406,2	08/05/02	898	2434,1	22/07/02	1619	2881,6
26/02/02	806	2394,7	09/05/02	949	2451,9	23/07/02	1700	2913,2
27/02/02	782	2382,7	10/05/02	945	2483,8	24/07/02	1751	2947,9
28/02/02	786	2348,2	13/05/02	973	2495,2	25/07/02	1849	2982,2
01/03/02	769	2359,6	14/05/02	950	2515,4	26/07/02	1991	3017,7
04/03/02	755	2343,2	15/05/02	921	2511,7	29/07/02	2164	3144,9

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
30/07/02	2390	3269,2	08/10/02	2083	3701,7	23/12/02	1400	3494,7
31/07/02	2307	3428,5	09/10/02	2271	3852	24/12/02	1405	3501
01/08/02	2060	3327,5	10/10/02	2288	3922,8	26/12/02	1419	3525,1
02/08/02	2047	3030,2	11/10/02	2243	3923,5	27/12/02	1429	3541,3
05/08/02	2180	3073,2	15/10/02	2285	3856,7	30/12/02	1446	3533,3
06/08/02	2126	3207	16/10/02	2272	3874,4	31/12/02	1439	3533,3
07/08/02	1918	3059,8	17/10/02	2064	3924,5	02/01/03	1379	3522,4
08/08/02	1759	2888,3	18/10/02	1965	3875,9	03/01/03	1339	3469,8
09/08/02	2005	2996,4	21/10/02	1988	3912,5	06/01/03	1268	3366,4
12/08/02	2221	3097,9	22/10/02	1937	3955,2	07/01/03	1256	3342,3
13/08/02	2284	3209,4	23/10/02	1883	3870,4	08/01/03	1259	3312,4
14/08/02	2155	3196,5	24/10/02	1829	3861,7	09/01/03	1268	3329,7
15/08/02	2177	3191,2	25/10/02	1785	3801,5	10/01/03	1233	3291,8
16/08/02	2091	3162	28/10/02	1850	3740,6	13/01/03	1222	3295,6
19/08/02	1994	3114,2	29/10/02	1899	3821,1	14/01/03	1223	3275,8
20/08/02	2017	3092,3	30/10/02	1784	3744,3	15/01/03	1272	3298,3
21/08/02	1877	3079,4	31/10/02	1745	3645	16/01/03	1265	3293,7
22/08/02	1903	3141,7	01/11/02	1696	3611,3	17/01/03	1301	3363,2
23/08/02	1845	3113,6	04/11/02	1722	3541,8	20/01/03	1298	3410,3
26/08/02	1767	3078,8	05/11/02	1751	3562,5	21/01/03	1360	3440,2
27/08/02	1720	3094,9	06/11/02	1779	3597,6	22/01/03	1396	3518,9
28/08/02	1706	3121,9	07/11/02	1770	3621,8	23/01/03	1371	3490,1
29/08/02	1661	3123,9	08/11/02	1722	3527,1	24/01/03	1423	3592,3
30/08/02	1633	3022,3	12/11/02	1817	3552,7	27/01/03	1424	3662,3
02/09/02	1622	3028,6	13/11/02	1835	3634,2	28/01/03	1402	3631,2
03/09/02	1729	3098,8	14/11/02	1749	3679,7	29/01/03	1370	3641,7
04/09/02	1702	3132,5	18/11/02	1655	3588,9	30/01/03	1360	3569,6
05/09/02	1711	3151,2	19/11/02	1622	3554,7	31/01/03	1328	3525,8
06/09/02	1736	3178,3	20/11/02	1595	3514,6	03/02/03	1301	3493
09/09/02	1674	3131,2	21/11/02	1565	3510,3	04/02/03	1333	3540,6
10/09/02	1690	3130,6	22/11/02	1576	3561,6	05/02/03	1319	3584,5
11/09/02	1706	3115,3	25/11/02	1605	3549,2	06/02/03	1326	3604,5
12/09/02	1704	3123,9	26/11/02	1657	3587,2	07/02/03	1321	3580,2
13/09/02	1719	3150,6	27/11/02	1639	3589,8	10/02/03	1319	3604,2
16/09/02	1784	3188,4	29/11/02	1585	3636,5	11/02/03	1308	3573,7
17/09/02	1867	3224,8	02/12/02	1507	3616	12/02/03	1326	3600,3
18/09/02	1948	3324	03/12/02	1555	3662,5	13/02/03	1349	3635,9
19/09/02	2058	3384,3	04/12/02	1610	3704,9	14/02/03	1338	3658
20/09/02	1982	3427,7	05/12/02	1715	3751,4	17/02/03	1333	3623,2
23/09/02	2207	3544,8	06/12/02	1653	3752,6	18/02/03	1312	3588,9
24/09/02	2213	3621,6	09/12/02	1662	3798	19/02/03	1304	3593,5
25/09/02	2179	3725,7	10/12/02	1640	3768,5	20/02/03	1310	3606,7
26/09/02	2227	3751,6	11/12/02	1604	3795,4	21/02/03	1286	3609,7
27/09/02	2443	3854,1	12/12/02	1571	3753,5	24/02/03	1239	3587
30/09/02	2396	3894,9	13/12/02	1555	3734,2	25/02/03	1232	3601,3
01/10/02	2213	3746,7	16/12/02	1489	3631,8	26/02/03	1211	3581,7
02/10/02	2153	3593,6	17/12/02	1515	3582,7	27/02/03	1185	3585
03/10/02	2037	3695,2	18/12/02	1458	3531,6	28/02/03	1178	3563,2
04/10/02	1972	3659,3	19/12/02	1411	3504,7	05/03/03	1156	3563,7
07/10/02	2040	3696,5	20/12/02	1398	3427,8	06/03/03	1100	3526

Data	EMBI	US\$/R\$	Data	EMBI	US\$/R\$
07/03/03	1119	3501	23/05/03	789	2944,5
10/03/03	1161	3528,1	26/05/03	789	2956,5
11/03/03	1135	3506,1	27/05/03	793	3025,7
12/03/03	1109	3476,3	28/05/03	795	3014
13/03/03	1077	3429,3	29/05/03	786	2948,8
14/03/03	1093	3395,8	30/05/03	795	2965,6
17/03/03	1064	3444,2	02/06/03	799	2978
18/03/03	1052	3430,8	03/06/03	784	2964
19/03/03	1075	3457,6	04/06/03	771	2911,2
20/03/03	1085	3483	05/06/03	746	2892,9
21/03/03	1031	3446,2	06/06/03	727	2849,1
24/03/03	1064	3407	09/06/03	734	2868,2
25/03/03	1024	3389,2	10/06/03	742	2860,3
26/03/03	1032	3374,7	11/06/03	746	2869,2
27/03/03	1048	3403,1	12/06/03	742	2862
28/03/03	1031	3375,7	13/06/03	724	2857
31/03/03	1059	3353,1	16/06/03	695	2850,8
01/04/03	989	3335,9	17/06/03	684	2874,4
02/04/03	973	3279,5	18/06/03	723	2890,2
03/04/03	947	3256,3	20/06/03	772	2893,3
04/04/03	939	3246,9	23/06/03	754	2878,8
07/04/03	911	3172,3	24/06/03	749	2861,6
08/04/03	932	3164,9	25/06/03	759	2855,9
09/04/03	963	3185,7	26/06/03	789	2894
10/04/03	965	3215,7	27/06/03	814	2881,2
11/04/03	925	3214,7	30/06/03	788	2872
14/04/03	880	3181,8	01/07/03	772	2844,3
15/04/03	883	3115,4	02/07/03	777	2821,9
16/04/03	893	3075,2	03/07/03	815	2833,2
17/04/03	868	3028,9	07/07/03	826	2867,6
22/04/03	859	3063,9	08/07/03	805	2882,3
23/04/03	852	3014,7	09/07/03	809	2867,1
24/04/03	871	3002,9	10/07/03	808	2892,2
25/04/03	867	3012,3	11/07/03	830	2902,9
28/04/03	852	2991,5	14/07/03	801	2875,3
29/04/03	839	2925,1	15/07/03	801	2855,4
30/04/03	825	2889,8	16/07/03	795	2867,7
02/05/03	779	2915,9	17/07/03	766	2856,3
05/05/03	783	2984,5	18/07/03	738	2877,4
06/05/03	797	3027,7	21/07/03	726	2882,8
07/05/03	761	2963,9	22/07/03	711	2882,6
08/05/03	753	2917,7	23/07/03	732	2887,8
09/05/03	733	2880,2	24/07/03	739	2896,1
12/05/03	719	2875,7	25/07/03	739	2888,5
13/05/03	706	2865,3	28/07/03	755	2896,5
14/05/03	750	2890,2	29/07/03	781	2915,5
15/05/03	804	2930,6	30/07/03	798	2947,3
16/05/03	801	2973,1	31/07/03	793	2965,5
19/05/03	825	2981,5	01/08/03	827	3000,6
20/05/03	840	3014,1	04/08/03	892	3074
21/05/03	827	3010,9	05/08/03	838	3036,6
22/05/03	785	2984,2	06/08/03	884	3039